

**Міжнародна економіка**

Марія Кармела АПРІЛЕ,
Франческо БУЗАТО,
Франческо ДЖУЛІ,
Енріко МАРКЕТТІ

**ТЕОРІЯ ПЕРСПЕКТИВ
І ПОДАТКОВА ДИСЦИПЛІНА
З ПОЗИЦІЙ МОДЕЛІ
МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ РІВНОВАГИ
НА МІКРОЕКОНОМІЧНИХ ЗАСАДАХ**

Резюме

Розглянуто можливості класу моделей макроекономічної рівноваги, побудованих на мікроекономічних засадах і доповнених елементами теорії

© Марія Кармела Априле, Франческо Бузато, Франческо Джулі,
Енріко Маркетті, 2019.

Автори висловлюють вдячність Джузеппе Чіккароне, Джону Б. Дональдсону і Паоло Сіконоло за коментарі й поради. Відповідальність за усі помилки несуть автори. Вони дякують за фінансову підтримку Університету Рома Тре, Неапольському університету «Партенопа» та Міністерству освіти, університетів і наукових досліджень.

Априле Марія Кармела, Університет Неаполя «Партенопа», кафедра економічних і правових досліджень. Адреса: Via G. Parisi 13, 80132 Naples, Italy. E-mail: aprile@uniparthenope.it.

Бузато Франческо, Університет Неаполя «Партенопа», кафедра економічних студій. Адреса: Via G. Parisi 13, 80132 Naples, Italy. E-mail: busato@uniparthenope.it.

Джулі Франческо, Університет Рома Тре, кафедра економіки. Адреса: Via S. D'Amico 77-00145 Rome, Italy. E-mail: francesco.giuli@uniroma3.it.

Маркетті Енріко, Університет Неаполя «Партенопа», кафедра економічних і правових студій. Адреса: Via G. Parisi 13, 80132 Naples, Italy. E-mail: marchetti@uniparthenope.it.

перспектив у дусі al-Nowaihi та Dhami (2007) з метою вирішення кількох відкритих питань у сфері аналізу рішень щодо ухилення від сплати податків і дотримання вимог податкового законодавства. Отримано три основні результати: i) існує унікальна рівновага у ситуації з ухиленням від сплати податків, яка збігається з емпіричними оцінками для економіки США; ii) модель передбачає позитивну взаємозалежність між розміром податкової ставки та рівнем ухилення від сплати податків, а також дає змогу розв'язати так званий «парадокс Іцхаки»; iii) «ефект постановки проблеми» відіграє важливу роль у процесі обґрунтування отриманих результатів; він є відмітною рисою описаного нами класу моделей і звичайно відсутній у простих моделях індивідуального вибору. Наголошено, що ця модель також дає змогу дослідити деякі потенційно релевантні ефекти впливу поведінки пропозиції робочої сили на рішення щодо дотримання податкової дисципліни.

Ключові слова

Податкова дисципліна, податкова політика, теорія перспектив.

Класифікація за JEL: E21, D03, D81, H03.

1. Вступ

Ухилення від сплати податків чи незаконне приховування оподаткованої діяльності є актуальною проблемою публічної економіки. З точки зору наслідків, ця проблематика є актуальною не лише для країн, що розвиваються, а й для багатьох розвинених економік, як підтверджує більшість нещодавніх (хоч і орієнтовних) оцінок «тіньової» чи незадекларованої економіки у країнах світу (див., наприклад, Medina and Schneider, 2018). Хоч ухилення від сплати податків – очевидна проблема з точки зору вимірювання, це явище є також складною теоретичною проблемою, яка формується під впливом багатьох інституційних, культурних і безпосередньо економічних мотивацій, що стоять за індивідуальними рішеннями щодо приховування ресурсів, які підлягають оподаткуванню.

Тим не менш, розробка якісної теорії прийняття рішень щодо дотримання вимог податкового законодавства – це важливий елемент формуван-

ня структури оподаткування, яка б обмежувала таке ухилення (Hashimzade, 2013). Економічний аналіз цієї проблематики розвивався починаючи з праці Allingham та Sandmo (1972), яка стала основою для багатьох визначних теоретичних і емпіричних розробок. Введення проблеми ухилення від сплати податків у стандартні моделі індивідуального вибору (мікроекономічні за своєю природою) зумовило появу багатьох цікавих «загадок» або непередбачуваних чи несподіваних результатів, які ставлять під сумнів здатність стандартної мікроекономічної теорії (індивідуального вибору) правильно пояснити це явище. Найбільш визначною з цих загадок є так званий «парадокс Іцхакі», або «загадка Іцхакі» (див. Yitzhaki, 1974). Парадокс полягає у тому, що моделі очікуваної корисності зі стандартним описом параметрів переваг схильні передбачати зниження рівня ухилення від сплати податків у відповідь на зростання величини податкової ставки.

Подальші дослідження, присвячені вирішенню цієї та інших проблем, здійснювалися різними шляхами. Крім зосередженості на «контексті» чи культурних елементах, таких як суб'єктивна готовність індивіда сплачувати податки,¹ у межах нового важливого напрямку досліджень науковці намагаються розширити і посилити традиційні моделі індивідуального вибору за рахунок використання досягнень у поведінковій економіці². Особливо цікавими є спроби ввести в аналіз уникнення сплати податків одну з найуспішніших та відомих поведінкових теорій вибору в умовах ризику – теорію перспектив, яку розробили Тверські й Канеман (Tversky and Kahneman, 1992).

Більш повна версія теорії перспектив відома як «кумулятивна теорія перспектив». Загалом вона ґрунтується на п'яти вихідних положеннях: 1) залежність від початкового стану: носіями корисності є виграші та програші у добробуті відносно певної базисної точки; 2) спадна чутливість: функція корисності є увігнутою в області виграшів і опуклою в області програшів; 3) негативне ставлення до втрат: втрати від програшу суб'єктивно сприймаються більш значущими, ніж виграші; 4) нелінійне зваження ймовірностей: агенти, які перебувають у ситуації невизначеності, схильні переоцінювати вагу малих ймовірностей та недооцінювати вагу великих ймовірностей; 5) сприйнятливість до ефектів постановки проблеми: на переваги агентів впливає спосіб, у який проблему було сформульовано³. Цією працею ми маємо намір долучитися до окресленого напрямку досліджень шляхом інтегрування теорії перспектив у модель, яка виходить за межі основної на сьогодні наукової концепції індивідуального вибору, з головною метою – знайти розв'язок парадоксу Іцхакі з позицій економічної інтуїції.

¹ Див. огляд досліджень у Torgler (2007).

² Див., наприклад: Yaniv (1999); Bernasconi and Zanardi (2004); Arcand and Rota Graziosi (2005); al-Nowaihi and Dhami (2007); Rablen (2010); Cullis et al. (2012). Також див. ґрунтовні дослідження Pickhardt and Prinz (2013) або Hashimzade et al. (2013).

³ Див., наприклад, Wakker (2010).

Ми включаємо основні елементи теорії перспектив у модель ринкової (статичної) рівноваги з репрезентативним агентом. Основна ідея полягає в тому, щоб використати рівноважний підхід у дусі Ciccarone і Marchetti (2013)⁴ та ввести в нього окремі характерні елементи рішень щодо дотримання податкової дисципліни так, як це описано у Nowaihi й Dhami (2007). Така схема дає нам змогу розробити аналітичну концепцію, у межах якої можна врахувати більш широкі рівноважні взаємозв'язки для більш структурованого аналізу такого явища, як ухилення від сплати податків, на мікроекономічних засадах. Зокрема, ми можемо включити в аналіз рішення, пов'язані не лише зі споживанням, а й з пропозицією праці для того, щоб дослідити роль ухилення від сплати податків вздовж цих вимірів і здатність цієї розширеної концепції забезпечити вирішення парадоксу Іцхакі.

Отримані результати моделювання дають змогу вдосконалити процес вирішення ряду висвітлених у науковій літературі проблем різної тематики. В праці показано, що в ситуації рівноваги репрезентативний агент завжди обирає – за належних умов – позитивну, але невелику величину ухилення від сплати податків⁵. Зокрема, ця модель має внутрішні (стаціонарні замкненого типу) розв'язки при заданій екзогенній та постійній імовірності викриття агента в ухиленні від сплати податків; ситуація покращується за припущення, що ймовірність є ендогенною, а це звичайно вважається слабкою ланкою моделей індивідуального вибору. Більш того, цей підхід (модель) може розв'язати парадокс Іцхакі у межах кількісної макроекономічної моделі. Ми здійснили калібрування моделі так, щоб належним чином вписати в неї ключові характеристики економіки США, які є релевантними з точки зору проблематики нашого дослідження, причому основну увагу було приділено рівню ухилення від сплати податків. За такого калібрування модель передбачає, що зростання ставки оподаткування приведе до зростання рівня ухилення від сплати податків, а це не суперечить емпіричним даним, водночас даючи нам змогу досліджувати релевантність і вплив ефекту постановки проблеми («ефекту фреймінгу») в контексті прийняття рішення щодо дотримання податкової дисципліни. Ми виявили обернену взаємозалежність між параметром, який визначає вплив ефекту фреймінгу, та параметром, що представляє вплив соціальних звичаїв і осуду. Інакше кажучи, існує ситуація компромісного вибору між цими двома вимірами в контексті ухилення від сплати податків: певний заданий рівень ухилення від сплати податків може зумовлюватися слабким

⁴ Ciccarone і Marchetti (2013) розробили модель покоління, що перетинаються, з виділенням сигналу та поведінковою компонентою у функції корисності агента. Наша модель розглядає винятково статичне економічне середовище.

⁵ В оригінальній моделі al-Nowaihi та Dhami (2007) рішення щодо ухилення від сплати податків побудоване за принципом «bang-bang» (тобто агент може обрати лише з двох варіантів: повною мірою дотримуватися податкової дисципліни або повністю ухилитися від сплати податків). Тому ця модель правильно описує і пояснює такий феномен на мікроекономічному рівні, але вона є недостатньо пристосованою для макроекономічного аналізу.

ефектом фреймінгу в поєднанні з високим ефектом соціального осуду або комбінацією сильного ефекту фреймінгу та слабкого ефекту соціального осуду. Крім цього, на нахил кривої, яка описує такий компромісний зв'язок, впливає еластичність пропозиції праці: чим вища еластичність, тим нижчий рівень ефекту фреймінгу є необхідним для забезпечення заданої величини ухилення від сплати податків.

Стаття має таку структуру: в частині 2 подано опис моделі, у частині 3 наведено числові розрахунки для економіки США і розглянуто отримані результати, у частині 4 запропоновано деякі висновки.

2. Опис моделі

Економіка представлена двома агентами – репрезентативним агентом і екзогенним органом фіскального регулювання, який збирає податки з доходів, отриманих у результаті виробничої діяльності, та вирішує проблему виникнення можливих схем ухилення від сплати податків шляхом примусового забезпечення виконання заходів економічної політики, спрямованих на обмеження такого ухилення, і проведення вибіркового (несистематичних) аудиторських перевірок. Крім цього, збалансування бюджету відбувається за рахунок економічно неефективних витрат державного бюджету.

Функція корисності репрезентативного агента має форму:

$$U = \frac{C^\gamma}{\gamma} - \xi \frac{L^\psi}{\psi} + \beta v(W_{D, \text{мр}}), \quad (1)$$

де C – реальне споживання певного виду товару; L – кількість праці, необхідна для його виробництва; $0 < \gamma < 1$, $\psi > 1$, $\xi > 0$ та $\beta > 0$ – параметри; функція $v(\cdot)$, яка включає поведінкові елементи (вона детально описана далі). Дві величини C^γ / γ і L^ψ / ψ є традиційними (корисність для потоку споживання та від'ємна корисність для витрат праці). Кожний агент може розглядатися як споживач-виробник, оскільки він / вона здійснює поточне виробництво Y з використанням технології:

$$Y = L. \quad (2)$$

Розмір наявного прибутку агента, виражений як сподівана величина, позначається Y^E і враховує виплату податків та процедуру проходження аудиторської перевірки.

Фіскальний механізм працює таким чином: валовий обсяг ресурсів Y підлягає оподаткуванню, і агент декларує у податковій інспекції суму $0 < D < Y$. Держава стягує податок на задекларовані ресурси D за постійною маржиальною ставкою $0 < \tau < 1$. Коли платник податку ухиляється від сплати податку

$0 \leq D_t < Y_t$, ймовірність того, що його викриють, дорівнює $p \in (0; 1)$. У випадку викриття агент сплачує штрафний платіж $s > 0$ додатково до суми податкових зобов'язань, що підлягають сплаті $Y - D$. Таким чином, його / її кінцевий обсяг ресурсів заданий такою бінарною схемою: $\bar{Y} = \{Y^{N-Def}, Y^{N-NonD}\}$, де:

$$\text{у випадку викриття } (\sim p): \quad Y^{N-Def} = (1 - \tau)Y - s\tau(Y - D),$$

$$\text{у випадку невикриття } (\sim 1 - p): \quad Y^{N-NonD} = Y - \tau D.$$

Отже, очікуваний розмір чистого доходу можна визначити з лінійної проєкції:

$$Y^E = [1 - p\tau(1 + s)]Y - \tau[1 - p(1 + s)]D.$$

Тепер визначимо бюджетне обмеження:

$$C \leq Y^E = [1 - p\tau(1 + s)]Y - \tau[1 - p(1 + s)]D. \quad (3)$$

Властивості функції корисності (1) можна описати відповідно до загальної концепції, яку запропонували у своїй праці Barberis та Huang (2009), зокрема, що агент звичайно зазнає впливу *ефекту вузьких меж при постановці проблеми* («ефект вузького фреймінгу»), який є дуже відомим результатом теорії перспектив і поведінкової економіки загалом. Модель теорії очікуваної корисності передбачає, що агент здійснює суб'єктивну оцінку нової гри шляхом приєднання її вигравів та програшів до інших уже існуючих ризиків з метою визначення сукупного впливу цієї гри на розподіл його майбутнього багатства чи споживання. Після цього агент здійснює оцінку нового розподілу для того, щоб виявити можливе покращення чи погіршення власного добробуту. При цьому ціла низка експериментальних джерел вказує на відхилення від такої поведінки: агенти мають схильність оцінювати нову гру окремо від інших ризиків, яких вони вже зазнають. Таку поведінку називають «вузьким фреймінгом» (Khanemann and Lovallo, 1993; Khanemann, 2003) тому, що у процесі прийняття рішення на агента може впливати сам спосіб формулювання проблеми («ефект постановки проблеми», або «ефект фреймінгу»). Отже, суб'єктивна оцінка нової гри передбачає врахування розподілу можливих результатів гри самих по собі, без урахування загального розподілу багатства / ресурсів. У цьому контексті (в логічній відповідності з твердженнями Barberis і Huang, 2009) можемо припустити, що агент отримує корисність від внеску окремої гри до загального профілю багатства / ресурсів та споживання (член $\frac{C^E}{Y}$, як і у стандартних моделях), а також безпосередньо

від ефекту вузького фреймінгу, представленого членом $\beta v(W_{D,ND})^6$. Параметр β тоді можна інтерпретувати як кількісну міру ефекту вузької постановки проблеми.

Член $v(W_{D,ND})$ (або *функція цінності* за термінологією теорії перспектив) у рівнянні (1) адаптовано з праці al-Nowaihi та Dhami (2007). Він містить інші чотири базові елементи (кумулятивної) теорії перспектив: залежність від базисної точки, постійну чутливість, негативне ставлення до втрат і зважування ймовірностей.⁷ Виграші та втрати ми визначаємо як $W_{D,ND} = (Y - R)$, де R – це початкова цінність сукупних ресурсів (багатства), яка дорівнює розміру *законного багатства після сплати податків*:

$$R = (1 - \tau)Y.$$

Дотримуючись методології al-Nowaihi й Dhami (2007), ми визначаємо виграші-витрати $W_{D,ND}$ з додаванням елементу соціального осуду s_{SOC} у випадку, коли агента спіймали на ухиленні від сплати податків. Отже, $W_{D,ND}$ можна поділити на частини:

$$W_{det} = -(s_{SOC} s \tau)(Y - D),$$

$$W_{N-det} = \tau(Y - D).$$

У нашому дослідженні W_{det} визначається інакше, ніж у праці al-Nowaihi та Dhami (2007). В їхньому дослідженні W_{det} визначено як $(s_{SOC} + s \tau)(Y - D)$, тобто соціальний осуд набирає форми платежу, що сплачується додатково до податку. До того ж ми подаємо обґрунтування нашого визначення W_{det} із зазначенням, з одного боку, що в розділі 3 цієї праці здійснено аналіз калібрування моделі, вказано, що s_{SOC} відіграє роль *глибокого параметра*, який неможливо точно визначити за допомогою незалежних емпіричних даних⁸. З іншого боку, ми виконували симуляції для варіантів моделі, де $W_{det} = -(s_{SOC} + s \tau)(Y - D)$, і отримані результати якісно не відрізнялися.

Функцію v визначено як:

⁶ Зауважимо, що раціональний агент – у традиційному розумінні економічної раціональності – повинен розглядати лише член рівняння $\frac{C^Y}{Y}$.

⁷ Залежність від базисної точки означає, що агента цікавить лише розмір виграшів і програшів порівняно із певною базисною точкою. Спадна чутливість визначає форму функції корисності – увігнуту в області виграшів та опуклу в області програшів. Негативне ставлення до втрат відображає ідею, що в очах агента втрати видаються більшими, ніж виграші. Нарешті, нелінійне зважування ймовірностей передбачає, що агент систематично переоцінює низькоймовірні події й недооцінює високоймовірні події.

⁸ Більш того, важко отримати надійні емпіричні оцінки цього параметра.

$$\begin{aligned}
 v(W_{D,ND}) &= E_W(W_{D,ND}) = \\
 &= E_W \begin{cases} W_{N-Def} & \text{with } W_{N-Def} \geq 0 \text{ with probability } 1-p \\ -\theta(-W_{Def}) & \text{with } W_{Def} < 0 \text{ with probability } p \end{cases} \quad (4)
 \end{aligned}$$

де E_W – оператор, який об'єднує дві гілки W_{N-Def} та W_{Def} за допомогою функції зважування ймовірностей $w(\cdot)$, де аргументом є справжня (об'єктивно відома) цінність ймовірностей p і $1-p$. Наша функція v є лінійною за аргументом $W_{D,ND}$, що надає їй *постійної чутливості*, як це описано у праці Barberis et al. (2001). Параметр $\theta > 1$ представляє *негативне ставлення до втрат*: можливі втрати ($W_{D,ND} < 0$) переживаються агентом більш гостро, ніж еквівалентні виграші ($W_{D,ND} > 0$). Функцію зважування ймовірностей w обирають так, щоб виконувалась четверта вимога – *нелінійне зважування*. Найбільш часто обирають функцію w , запропоновану в праці Prelec (1998):

$$w(p) = e^{-(-\ln p)^b} \text{ для } p \in (0; 1]; \quad w(0) = 0 \text{ and } 0 < b < 1.$$

Виходячи з цих специфікацій, можемо обчислити цінність функції v таким чином:

$$\begin{aligned}
 v(W_{D,ND}) &= [w(1-p)^\tau - w(p)\theta(s_{soc} s \tau)](Y-D) = \quad (5) \\
 &= [e^{-(-\ln(1-p))^b}^\tau - e^{-(-\ln p)^b} \theta(s_{soc} s \tau)](Y-D) = \\
 &= h(Y-D),
 \end{aligned}$$

де h є функцією винятково параметрів та соціальний осуд представлено параметром $s_{soc} \in (1; \infty)$.

2.1. Рівновага моделі

Охарактеризуємо рівновагу моделі, розв'язавши таку задачу:

$$\max_{Y,D} U = \frac{[(1-p\tau(1+\alpha))Y - \tau(1-p(1+\alpha)D)]^\gamma}{\gamma} - \xi \frac{L^\psi}{\psi} + \beta v(Y-D) \quad (6)$$

$$\text{s.t. } D - Y \leq 0; \quad D \geq 0; \quad Y \geq 0.$$

У функцію корисності U ми ввели споживання C , виражене як бюджетне обмеження агента (3), зведене зі знаком рівності. Що стосується трьох інших обмежень у (6), то вони дають змогу дослідити можливість цікавих кутових розв'язків, тобто при $Y > 0, D = 0$ або $Y = D > 0$. Перш ніж перейти до обговорення розв'язку, розглянемо лему 1, яка описує умови увігнутості функції

корисності U в задачі (6), що для цього класу моделей є питанням, до якого слід ставитись з обережністю.

Лема 1: Функція $U(Y, D)$ у задачі (6) є строго увігнутою при $Y > 0$ і $C > 0$.

Доведення: див. додаток.

Лінійність обмеження $D - Y \leq 0$ дає нам змогу проаналізувати задачу (6) у стандартний спосіб. Для того, щоб отримати економічно доцільні рішення, обмежимося випадком:

$$h < 0 \text{ і } p(1 + s) < 1.$$

Коли $h < 0$, агент знаходиться в області втрат (крім випадку, коли $Y = D$); $p(1 + s) < 1$ – загальноприйняте припущення у дослідженнях цього типу з огляду на те, що у процесі емпіричних досліджень звичайно виявляють низькі значення ймовірності викриття агента⁹.

Розв'язки задачі (6) синтезовано у твердженні 1.

Твердження 1: оптимальні значення Y і D пов'язані з фреймінговим параметром β та пороговими значеннями:

$$\bar{\beta} = \left(\frac{1}{-h}\right) \frac{\tau[1-p(1+s)]}{[1-p(1+s)]^{\frac{1}{\psi-\gamma}} \frac{(1-\tau)^{\frac{\psi-1}{\psi-\gamma}}}{\tau}}; \beta_A = \left(\frac{1}{-h}\right) \tau[1-p(1+s)] \frac{(1-\tau)^{\frac{\psi-1}{\psi-\gamma}}}{(\xi)^{\frac{\psi-1}{\psi-\gamma}}}$$

таким чином:

1) якщо $\beta \leq \bar{\beta}$, то обрані значення є такими: $D = 0$ і

$$Y \geq \left(\frac{(1-\tau)}{\tau[1-p(1+s)]^{1-\gamma}}\right)^{\frac{1}{\psi-\gamma}} > 0;$$

2) якщо $\beta \in (\bar{\beta}; \beta_A)$, то обрані значення є такими:

$$Y = (-(1-\tau)A_0)^{\frac{1}{\psi-1}}, \quad (7)$$

$$D = A_1 Y - \frac{(-A_0)^{\frac{1}{\psi-1}}}{\tau[1-p(1+s)]^{1-\gamma}}, \quad (8)$$

$$\text{де } A_0 = \frac{\beta h}{\xi \tau[1-p(1+s)]}; \quad A_1 = \frac{1-p\tau(1+s)}{\tau[1-p(1+s)]};$$

⁹ Це також узгоджується з результатами числового аналізу, поданими у наступних розділах.

3) якщо $\beta \geq \beta_A > \bar{\beta}$, то обрані значення: $Y = D = \left(\frac{(1-\tau)Y}{\xi}\right)^{\frac{1}{\psi-\gamma}} > 0$.

Доведення: див. додаток.

Варто зауважити, що коли агент є повністю раціональним, тобто $\beta = 0$, розв'язок є таким:

$$\left(\frac{(1-p\tau(1+s)Y)}{\xi}\right)^{\frac{1}{\psi-\gamma}} = Y_{\beta=0} > 0$$

та міра ухилення від сплати податків є повною: $D = 0$, оскільки $\beta = 0 < \bar{\beta}$.

У ситуації ринкової рівноваги вводиться умова про збалансований державний бюджет, тобто $G = \tau[1 - p(1+s)]D + p\tau(1+s)Y$. Це означає, що $L = Y = C + G$.

3. Калібрування моделі й аналіз

Модель застосовано до економіки США, оскільки для цієї економічної системи існує велика кількість емпіричних оцінок релевантних параметрів. Аналіз спрямований на досягнення трьох цілей:

- пересвідчитися, що при заданій середній податковій ставці τ у США модель здатна відтворити емпірично розраховану величину ухилення від сплати податків (представлену як співвідношення $\frac{Y-D}{Y}$) за правдоподібних значень всіх інших параметрів;
- зробити числові розрахунки з метою виявлення реакції моделі на зміни у податковій ставці τ , тобто перевірити її здатність вирішити парадокс Іцхакі. Це питання досліджується за двох різних припущень щодо характеристик пропозиції праці: економіки з жорсткою пропозицією праці та економіки з переважно гнучкою пропозицією праці;¹⁰
- дослідити поведінку моделі у випадку, коли змінюються два її найважливіші параметри (в нашому випадку це β і s_{DDC}). Після цього ми розглядаємо різні значення β та s_{DDC} і верифікуємо наявність позитивного взаємозв'язку між $\frac{Y-D}{Y}$ та τ .

¹⁰ Жорсткий ринок праці характеризується високим значенням ψ , а гнучкий – низьким значенням ψ .

У моделі є дев'ять параметрів: $\gamma, \xi, \psi, p, s, b, \theta, s_{soc}$ і β . Передусім припустимо, що існує логарифмічна специфікація споживчої корисності (тобто $\gamma = 0$), яку часто застосовують у стандартному макроекономічному моделюванні (наші результати якісно не змінилися би і у випадку строго додатного значення γ). Тепер умови рівноваги такі:

$$Y = -(1 - \tau)A_0 \frac{1}{\psi - 1}, \quad (9)$$

$$D = A_1 Y + \frac{\xi}{\beta h}, \quad (10)$$

$$\text{де } A_0 = \frac{\beta h}{\xi \tau [1 - p(1 + s)]}; \quad A_1 = \frac{1 - p\tau(1 + s)}{\tau [1 - p(1 + s)]}.$$

Для того, щоб здійснити ретельне калібрування, ми використаємо наявні наукові дослідження для визначення п'яти параметрів (ψ, p, s, b, θ), покладаючись на їх загальноприйняті значення. Інші два параметри охоплюють соціальний осуд s_{soc} та параметр β , що позначає ефект постановки проблеми; це справді глибокі параметри, тому ми працюватимемо з ними для того, щоб зрозуміти, чи їхні доцільні значення здатні забезпечити досягнення наших цілей.

Спершу необхідно знайти значення показника ухилення від сплати податків $\frac{Y - P}{Y}$. Виконання оцінки такої емпіричної величини є складним завданням з огляду на природні труднощі з оцінюванням неофіційних кількісних даних. У цьому випадку ми використовуємо як контрольний показник широко прийняті оцінки відношення розміру тіншової економіки до сукупного ВВП (у США), наведені у працях Schneider і Enste (2000) та Schneider et al. (2010), які визначили, що нещодавно таке відношення було у проміжку між 8,4% і 8,8%. Цей показник слід правильно розуміти як відношення *сукупних доходів, прихованих від оподаткування*, до загального доходу. Зокрема, беручи до уваги можливість існування специфічних форм приховування багатства від оподаткування (наприклад, виведення його у «податковий рай» та ін.), доцільно припустити, що для цього показника 8,8% є правдоподібним значенням.

Що стосується контрольного значення податкової ставки τ , ми насамперед покладаємось на офіційні дані Бюро економічного аналізу¹¹ для розрахунку стаціонарного коефіцієнта «Доходи бюджету / ВВП» $GovE / Y = 0,2755$ за період з 1950 р. до 2011 р., після чого визначаємо $\tau = GovE / Y$.

Тепер розглянемо калібрування інших п'яти параметрів.

1. Значення параметра *негативного ставлення до втрат* θ задане як $\theta = 2,25$, що підтверджується широким колом емпіричних досліджень (наприклад, Tversky і Kahneman, 1992).

¹¹ Ці таблиці є такими: ВВП (номінальне), табл. 1.1.5 NIPA; бюджетні надходження (номінальні), табл. 3.1 NIPA. $GovE$ і Y розраховуються як довгострокові середні.

2. Значення параметра функції зважування Прелєца $b = 0.35$ визначене як $b = 0.35$; це значення було використане як контрольне значення (*benchmark*) в аналітичній праці al-Nowaihi та Dhami (2007).

3. Ставка штрафного платежу s визначена як $s = 0,5$, що є реальною емпіричною оцінкою для додаткового платежу після проходження аудиторської перевірки у США (див.: Alm et al., 1992; Andreoni et al., 1998).

4. Імовірність бути викритим p визначена як $p = 0,02$, що є середнім значенням інтервалу реалістичних значень для економіки США: $p \in [0.01; 0.03]$, як це зазначено у праці al-Nowaihi й Dhami (2007)¹².

5. Параметр ψ є мірою оберненої еластичності сукупної пропозиції праці, яку ми використовуємо для аналізу двох сценаріїв на ринку праці. Це сценарій жорсткого ринку праці (тобто $\psi = 7$ або 10) і сценарій гнучкого ринку праці ($\psi = 1.2$). Останній, схоже, відповідає оцінкам, даним у праці Kimball та Shapiro (2008), які обчислили, що еластичність пропозиції праці Фріша є близькою до 1.

Нарешті, коефіцієнт масштабування ξ від'ємної корисності праці калібровано так, щоб у процесі подальшого аналізу забезпечити додатні значення всіх ендогенних змінних (особливо Y і D , а також їх співвідношень) та за необхідності їхню здатність задовольнити цільові орієнтири.

Тепер ми можемо використовувати два параметри, які контролюють рівень соціального осуду s_{soc} і ефект фреймінгу β . Калібрування моделі щодо двох сценаріїв стану ринку праці підсумуємо у табл. 1 та розглянемо у наступному розділі.

Таблиця 1

Сценарій #1: Жорсткий ринок праці. $\psi = 7; 10$			
Фіксовані параметри	$\tau = 0.2755$	$s = 0.5$	$\theta = 2.25$
	$p = 0.02$	$b = 0.35$	
Адаптовані параметри	$s_{soc}; \beta; \xi$		
Сценарій #2: Гнучкий ринок праці. $\psi = 1.2$			
Фіксовані параметри	$\tau = 0.2755$	$s = 0.5$	$\theta = 2.25$
	$p = 0.02$	$b = 0.35$	
Адаптовані параметри	$s_{soc}; \beta; \xi$		

¹² Див. також: Alm et al. (1992); Andreoni et al. (1998) та Bernasconi (1998).

У межах цієї концепції ми досліджуємо реакцію моделі (з наголосом на рівноважний рівень ухилення від сплати податків) після змін у структурі податків; ми також аналізуємо роль, яку відіграють такі основні компоненти поведінки агентів, як s_{SOC} і β . З технічної точки зору, ми здійснюємо зміни у просторі параметрів за двома сценаріями.

3.1. Сценарій #1: теорія перспектив в умовах жорсткого ринку праці

Ми розглядаємо у цьому контексті дві різні схеми калібрування, які відрізняються між собою лише вздовж вимірів соціального осуду та ефекту фреймінгу: перший сценарій описує економіку з *відносно низьким рівнем соціального осуду* щодо питання ухилення від сплати податків і *відносно сильними ефектами фреймінгу*; другий сценарій представляє економіку з *відносно високим рівнем соціального осуду* щодо ухилення від сплати податків та *відносно слабкими ефектами фреймінгу*. В табл. 2 підсумовано першу схему калібрування:

Таблиця 2

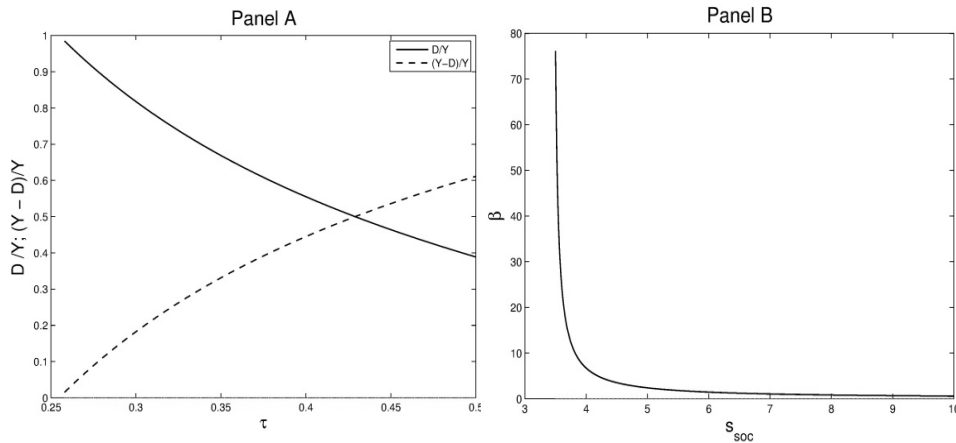
<i>Сильний фреймінговий ефект; низький рівень соціального осуду</i>		
Стандартне калібрування	як у табл. 1	
Ринок праці	$\xi = 0.04$	$\psi = 7$
Глибокі параметри	$s_{SOC} = 4$	$\beta = 6.88$

Застосувавши це калібрування до рівнянь (9)–(10), ми підтверджуємо, що емпірично розрахований рівень ухилення від сплати податків становить $\frac{Y-Z}{Y} \cong 0.088$. Результати симуляції числових версій рівнянь (9)–(10) наведено на рис. 1 нижче.

На панелі А відображено позитивний взаємозв'язок між зростанням податкової ставки та рівнем ухилення від сплати податків, що і є запропонованим нами розв'язком парадоксу Іцхакі, який з якісної точки зору відповідає емпіричним даним. Водночас після того, як вдалося визначити податкову ставку та рівень ухилення від сплати податків, стало можливо виявити обернений взаємозв'язок між β і s_{SOC} (панель В).

Рисунок 1

Панель А: взаємозв'язок між D/Y та $(Y-D)/Y$ як залежними змінними і τ , де значення $(\beta, \xi, \psi, \rho, s, b, \theta, s_{soc})$ такі, як у табл. 2, для $\tau \in [0.25, 0.5]$. Панель В: компромісний вибір між β та s_{soc} відповідно до рівняння (11) і значень $(\frac{Y-D}{Y}, \xi, \psi, \tau, \rho, s, b, \theta)$, як у табл. 2. Зауважимо, що на обох панелях значення h завжди від'ємне.



Цікаво, що якісно схожі результати можна отримати при калібруванні моделі для слабких ефектів фреймінгу та високого рівня соціального осуду, як це показано у табл. 3 нижче. Модель передбачає емпірично консистентний рівень ухилення від сплати податків і дає можливість розв'язати парадокс Іцхаки (позитивна взаємозалежність між $\frac{Y-D}{Y}$ та τ).

Таблиця 3

<i>Слабкий ефект фреймінгу; високий рівень соціального осуду</i>		
Стандартне калібрування	як у табл. 1	
Ринок праці	$\xi = 0.04$	$\psi = 7$
Глибокі параметри	$s_{soc} = 4$	$\beta = 6.88$

Наведені результати дають підстави зробити висновок про існування компромісного взаємозв'язку між s_{SOC} (включеним у $h(s_{\text{SOC}})$) і β . Цей висновок можна формально отримати, розв'язавши стаціонарні рівняння для Y та D ; в результаті обчислення $\frac{Y-D}{Y}$ і при застосуванні деяких алгебраїчних перетворень отримуємо таке взаємовідношення:

$$\beta = \left[\frac{Y-D}{Y} + \left(\frac{(1-\tau)}{\tau[1-p(1+s)]} \right)^{\frac{1-\psi}{\psi}} \left(\frac{(1-\tau)}{\xi[1-p(1+s)]} \right)^{\frac{1}{\psi}} \frac{1}{[-h(s_{\text{SOC}})]} \right] \quad (11)$$

Це означає, що парадокс Іцхакі (або загадка нахилу кривої, яка описує взаємозв'язок між $(Y-D)/Y$ та τ) можна вирішити шляхом аналізу поведінки рівняння (11). Інакше кажучи, в нашій макроекономічній моделі рівень ухилення від сплати податків показує позитивну реакцію на зростання податкової ставки (як можна зробити висновок із наявних даних) у випадку наявності сильних ефектів фреймінгу і низького рівня соціального осуду або у випадку слабких ефектів фреймінгу та високого рівня соціального осуду. На нашу думку, однак, було би цікаво дослідити можливість збереження цього результату в ситуації зі ще меншими ефектами фреймінгу.

3.2. Сценарій #2: теорія перспектив в умовах гнучкого ринку праці

Аналіз сценарію, який передбачає наявність гнучкого ринку праці, можна виконати у тому ж ключі, що і аналіз, здійснений у попередньому розділі. У табл. 4 наведено калібрування моделі для випадку гнучкого ринку праці (і. е. низьке значення ψ , когерентне з макроекономічними оцінками).

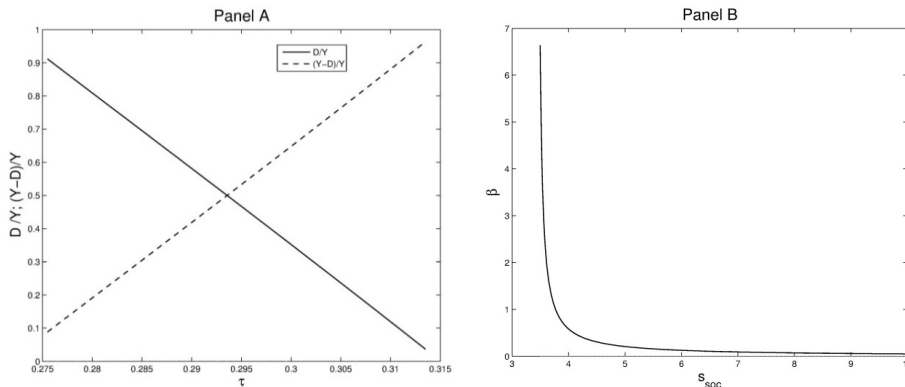
Числові результати подано на рис. 2.

Таблиця 4

<i>Дуже слабкий фреймінговий ефект; високий рівень соціального осуду</i>		
Стандартне калібрування	як у табл. 1	
Ринок праці	$\xi = 0.03$	$\psi = 1.2$
Глибокі параметри	$s_{\text{SOC}} = 9$	$\beta = 0.057555$

Рисунок 2

Панель А: взаємозв'язок між D/Y та $(Y-D)/Y$ як залежними змінними і τ , де значення $(\beta, \xi, \psi, \rho, s, b, \theta, s_{soc})$ такі ж, як у табл. 4, при $\tau \in [0.275, 0.313]$. Панель В: компромісний зв'язок між β та s_{soc} , згідно з рівнянням (11), і значення $(\frac{Y-D}{Y}, \xi, \psi, \tau, \rho, s, b, \theta)$, як у табл. 2. Слід зауважити, що на обох панелях показано, що значення h завжди від'ємне.



На панелі А відображено позитивний взаємозв'язок між τ та $\frac{Y-D}{Y}$, аналогічно до того, який показано на рис. 1; компромісний зв'язок між β і s_{soc} також підтверджується (панель В).

У цьому випадку ми можемо спостерігати два цікаві результати. По-перше, модель пропонує емпірично консистентне передбачення взаємозв'язку $(\tau; \frac{Y-D}{Y})$ у меншому інтервалі значень податкових ставок τ . По-друге, у «високій гнучкій економіці» дуже невелике відхилення від раціональності є достатньою умовою для отримання позитивного нахилу кривої, що описує взаємозв'язок між податковими ставками та рівнями ухилення від сплати податків; на нашу думку, особливо варто відзначити саме такий результат.

3.3. Обговорення результатів: інтерпретація з позицій економічної інтуїції

На нашу думку, ця модель є цікавим доповненням до теорії, побудованим на економічній інтуїції. Для зручності обговорення її механізму пригадаємо рівноважні значення D і Y , задані у рівняннях (9)–(10), та визначимо співвідношення $\frac{D}{Y}$:

$$\frac{D}{Y} = \frac{1-\tau p(1+s)}{\tau[1-p(1+s)]} + \frac{f}{\left(-\beta h \frac{(1-\tau)}{\xi[1-p(1+s)]}\right)^{\psi-1} \beta h}.$$

Оскільки $h < 0$, перепишемо це співвідношення як:

$$\frac{D}{Y} = \frac{1-\tau p(1+s)}{\tau[1-p(1+s)]} + \frac{f}{\left(\frac{(1-\tau)}{\xi[1-p(1+s)]}\right)^{\psi-1} (\beta|h|)^{\psi-1}}. \quad (12)$$

Цей вираз дає нам змогу дослідити економічний механізм. Розглянемо спочатку модель без компоненти теорії перспектив, тобто $\beta = 0$. Зауважимо, що у цьому випадку $\frac{D}{Y} \rightarrow -\infty$; це означає, що $D = 0$, тобто платник податків нічого не задекларує. Це кутовий розв'язок, який змушує нас замислюватися над запитанням: «Чому люди платять податки?».

Із включенням до моделі теорії перспектив (уявимо, що β є повільно зростаючою) елемент негативного ставлення до втрат мотивує платника податків більше декларувати. Це є ключовим результатом нашої моделі, який вдосконалює існуючий порядок речей. У праці al-Nowaihi й Dhami (2007) зроблено припущення про постійну ймовірність викриття факту ухилення від сплати податків, що змушує агента обирати один із двох можливих варіантів рішень – повне дотримання податкової дисципліни або повне недотримання податкової дисципліни. Запропонований нами ефект постановки проблеми (в дусі праці Barberis і Huang (2009) у ринковий спосіб надає опуклої форми рівноважному вибору рішення щодо дотримання / недотримання податкового законодавства. В нашій моделі адитивна структура функції корисності (1) дає агентам змогу порівнювати внесок кожної змінної вибору (наприклад, D і Y) до різних адитивних компонентів, що допомагає уникнути розв'язку за принципом «bang-bang». Однак включення адитивних елементів у рівняння (1) потребує, відповідно, виконання аналізу в належному контексті ринкової рівноваги. Висловлюючись більш точно, в нашій моделі зростання рівня ухилення від сплати податків у міру зростання ставки оподаткування пояснюється тим фактом, що платник податків почувається біднішим у молодому віці: тоді він / вона буде менше виробляти та відкладати меншу кількість ре-

сурсів для споживання у наступному періоді. Агент також передбачає нижчий рівень споживчої корисності й опиняється в області втрат ($h < 0$); звідси він / вона схильний поводитись більш ризиковим чином і, отже, більше ухиляється від сплати податків.

У гнучкій економіці (тобто із гнучким ринком праці, сценарій 2) платники податків швидше реагують на зміни у фундаментальних параметрах системи. Наприклад, розглянемо зростання τ . По-перше, молоді люди мають меншу готовність працювати (i , отже, виробляють менше); як прямий наслідок цього, вони декларуватимуть менше доходів. Оскільки рівноважні рішення мають високу чутливість та реактивність, достатньо відносно малого впливу ефекту фреймінгу (β), щоб активувати вищезначений механізм. Цей ефект також стає очевидним при безпосередньому дослідженні рівнянь (9), (10) й (12): низьке значення ψ задає високий порядок у членах цих рівнянь, і це, як, наприклад, у випадку Y в (9), означає, що зміна τ викликає сильнішу реакцію рівноважного обсягу виробництва.

Нарешті, компромісний зв'язок між β та s_{DGC} також можна пояснити за допомогою простих аргументів. Для того, щоб отримати економічно життєздатний розв'язок, значення h у рівноважних рівняннях (9)–(10) має бути від'ємним; оскільки цей член дорівнює $h = e^{-(-\ln(1-\psi))^{\beta}} \tau - e^{-(-\ln \psi)^{\beta}} \theta (s_{\text{DGC}} s \tau)$ і множиться на β , стає очевидним, що для того, щоб відповідати емпірично встановленому цільовому значенню $\frac{Y-D}{Y}$, зменшення β може бути компенсоване зростанням s_{DGC} .

4. Висновки

У статті запропоновано нову концепцію моделювання, яка передбачає інтеграцію теорії перспектив у загалом просту і стандартну модель ринкової рівноваги з агреговано-репрезентативним агентом, у контексті прийняття рішень щодо дотримання податкової дисципліни. Мета роботи полягає у вирішенні основних проблем та парадоксів поведінки, спрямованої на дотримання податкової дисципліни чи ухилення від сплати податків за допомогою застосування теоретичного інструментарію, який є інноваційним порівняно з попередніми напрацюваннями у цій сфері. Середовище ринкової рівноваги дає нам змогу визначити проблему вибору, беручи до уваги всі релевантні положення теорії перспектив, зокрема ефект постановки проблеми, що було складно зробити в межах існуючих моделей індивідуального вибору.

В цій моделі роль ефекту постановки проблеми представлено єдиним параметром (β), що відповідає загальній стратегії, яку нещодавно запропо-

нував Rabin (2013) для розширення і підвищення пояснювальної сили сучасних економічних теорій. Ця стратегія, відома як «РЕЕМ» (з англ. *portable extensions of existing models* – портативні розширення існуючих моделей), передбачає модифікацію існуючої моделі шляхом представлення різних вихідних положень щодо поведінки агента у вигляді параметрів, яким присвоюється певне числове значення. Так, якби у нашій моделі числове значення параметра β було прирівняне до нуля, ми б отримали повністю стандартну модель, яка би чітко відповідала стандартній теорії. Якщо ж ми припускаємо, що параметр β має додатне значення, то це означає, що у цій моделі передбачено вплив поведінкової компоненти з теорії перспектив, і ми можемо показати, що кінцева рівновага може бути когерентною з кількісними оцінками розміру ухилення від сплати податків в економіці США. Таким чином, числова версія моделі результативно передбачає загальну величину ухилення від сплати податків та показує позитивний взаємозв'язок між розміром ставки податку і величиною ухилення від сплати податку, що дає можливість розв'язати парадокс Іцхакі. Більш того, ми дослідили взаємодію ефектів фреймінгу (представлених параметром β) та рівня соціального осуду і встановили, що існує компромісний взаємозв'язок між обома явищами: та ж величина ухилення від сплати податків (відносно ВВП) є сумісною з низьким рівнем ефекту фреймінгу в поєднанні з високим рівнем соціального осуду або з комбінацією високого рівня ефекту фреймінгу і низького рівня соціального осуду.

Оскільки модель охоплює рівноважний вибір величини витрат праці у процесі виробництва, ми можемо дослідити роль еластичності пропозиції праці у формуванні поведінки, спрямованої на дотримання податкового законодавства. Ми встановили, що за високої еластичності пропозиції праці навіть дуже низький рівень ефекту фреймінгу, а отже, дуже невелике відхилення від стандартизованої раціональної поведінки може забезпечити спостережуваний рівень ухилення від сплати податків за умови, що рівень соціального осуду є достатньо сильним. Це відбувається тому, що в економіці з високим рівнем гнучкості ринку праці реакція агентів є більш сильною, а це збільшує масштаб ефектів, передбачених теорією перспектив.

Список використаної літератури

1. Allingham, M. G., Sandmo, A. 1972. Income tax evasion: a theoretical analysis. *Journal of Public Economics*, 1, 238–323.
2. Alm, J., McClelland, G. H., Schulze, W. D. 1992. Why do people pay taxes? *Journal of Public Economics*, 48, 21–38.

3. Andreoni, J., Erard, B., Feinstein, J. 1998. Tax Compliance. *Journal of Economic Literature*, 36, 818–860.
4. Arcand, J., Rota Graziosi, G. 2005. Tax Compliance and Rank Dependent Expected Utility. *The Geneva Risk and Insurance Review*, 30, 57–69.
5. Barberis, N. Huang, M. 2009. Preferences with frames: A new utility specification that allows for the framing of risks. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33, 1555–1576.
6. Barberis, N. Huang, M., Santos, T. 2001. Prospect Theory and Asset Prices, *Quarterly Journal of Economics*, 116, 1–53.
7. Bénassy, J. P., 1999. Analytical solutions to a structural signal extraction model: Lucas 1972 revisited. *Journal of Monetary Economics*, 44, 509–521.
8. Bernasconi, M. 1998. Tax evasion and orders of risk aversion. *Journal of Public Economics*, 67, 123–134.
9. Bernasconi, M., Zanardi, A. 2004. Tax evasion, tax rates and reference dependence. *FinanzArchiv*, 60, 422–445.
10. Ciccarrone, G., Marchetti, E. 2013. Rational expectations and loss aversion: potential output and welfare implications. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 86, 24–36.
11. Cullis, J., Jones, P., Savoia, A., 2012. Social norms and tax compliance: Framing the decision to pay tax. *The Journal of Socio-Economics*, 41, 159–168.
12. Dhami, S., al-Nowaihi A. 2007. Why do people pay taxes? Prospect theory versus expected utility theory. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 64, 171–192.
13. Hashimdaze, N., Myles, G., Tran-Nam, B. 2013. Applications of behavioural economics to tax evasion. *Journal of Economic Surveys*, 27, 941–977.
14. Kahneman, D. 2003. Maps of Bounded Rationality: Psychology for Behavioral Economics, *American Economic Review*, 93, 1449–1475.
15. Kahneman, D., Lovallo, D. 1993. Timid Choices and Bold Forecasts: A Cognitive Perspective on Risk Taking. *Management Science*, 39, 17–31.
16. Kimball, M., Shapiro, M. 2008. Labor Supply: Are the Income and Substitution Effects Both Large or Small? NBER Working Paper No. 14208.
17. Lucas, R., 1972. Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory*, 4, 103–124.
18. Prelec, D. 1998. The probability weighting function, *Econometrica*, 60, 497–528.
19. Rabin, M. 2013. An approach to incorporating psychology into economics. *American Economic Review*, 103, 617–622.

20. Rablen, M. D. 2010. A reference-dependent model of tax evasion and exchange equity. *Public Finance Review*, 38, 282–305.
21. Schneider, F., Enste, D. 2000. Shadow Economies: Size, Causes and Consequences. *Journal of Economic Literature*, 38, 77–114.
22. Schneider, F., Buhen, A., Montenegro, C. 2010. New estimates for the shadow economies all over the world. *International Economic Journal*, 24, 443–461.
23. Torgler, B. 2007. *Tax Compliance and Tax Morale: A Theoretical and Empirical Analysis*. Edward Elgar, Cheltenham.
24. Tversky, A., Kahneman, D. 1992. Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297–323.
25. Yaniv, G. 1999. Tax compliance and advance tax payments: a prospect theory analysis. *National Tax Journal*, 52, 753–764.
26. Yitzhaki, S. 1974. A note on income tax evasion: a theoretical analysis. *Journal of Public Economics*, 3, 201–202.

Додаток

Доведення лема 1: матриця Гессе H для функції $U(Y, D)$ у задачі (6) має вигляд:

$$H = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

$$a_{11} = (\gamma - 1) [1 - p\tau(1 + s)]^2 C^{\gamma-2} - (\psi - 1) \xi Y^{\psi-2},$$

$$a_{12} = a_{21} = -(\gamma - 1) \tau [1 - p(1 + s)] [1 - p\tau(1 + s)] C^{\gamma-2},$$

$$a_{22} = (\gamma - 1) \tau^2 [1 - p(1 + s)]^2 C^{\gamma-2},$$

де з бюджетного обмеження маємо:

$$C = [1 - p\tau(1 + s)]Y - \tau [1 - p(1 + s)]D \geq 0.$$

Для того, щоб функція U була строго увігнутою, матриця H має бути від'ємно визначеною, тобто мають виконуватися такі умови:

$$a_{11} < 0; \quad |H| > 0.$$

Оскільки $\gamma \in (0; 1)$ і $\psi > 1$, перша умова виконується при строго додатних значеннях Y або C . Щодо другої умови, то слід зазначити, що визначник матриці Гессе є:

$$|H| = (1 - \tau)(\psi - 1)\tau^2[1 - p\tau(1 + s)]^2 \xi C^{\tau-2} Y^{\psi-2} > 0$$

для $Y, C > 0$.

Доведення твердження 1: функція Лагранжа у задачі (6) має форму:

$$\mathcal{L} = \frac{[1 - p\tau(1 + s)]Y - \tau[1 - p(1 + s)D]^Y}{Y} - \xi \frac{L^\psi}{\psi} + \beta v(Y - D) + \lambda(Y - D)$$

та, виходячи з леми 1, умовами забезпечення оптимальності для задачі є:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dY} \leq 0, \quad (13)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dD} \leq 0, \quad (14)$$

$$\lambda(Y - D) = 0, \quad (15)$$

$$Y \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} = 0, \quad (16)$$

$$D \frac{d\mathcal{L}}{ds} = 0. \quad (17)$$

Тепер розглянемо різні випадки.

Випадок 1. $D = 0$ і $Y > 0$: додатне значення виробництва / доходу та повне ухилення від сплати податків. З (14) і (16)–(17) отримуємо:

$$[1 - p\tau(1 + s)]\{[1 - p\tau(1 + s)]Y^{\tau-1} - \xi Y^{\psi-1} + \beta h\} = 0, \quad (18)$$

$$-\tau[1 - p(1 + s)]\{[1 - p\tau(1 + s)]Y^{\tau-1} \leq \beta h. \quad (19)$$

Отже, можемо замінити член $-\tau[1 - p(1 + s)]\{[1 - p\tau(1 + s)]Y^{\tau-1}$ у (18) для того, щоб:

$$(1 - \tau)[1 - p(1 + s)]\{[1 - p\tau(1 + s)]Y^{\tau-1} \leq \xi Y^{\psi-1}.$$

Оскільки $Y > 0$ та $Y^{\psi-\tau}$ монотонно зростає по Y , цю нерівність можна виразити як:

$$Y \geq \left(\frac{(1-\tau)}{\xi[1-p(1+s)]^{1-\tau}} \right)^{\frac{1}{\psi-\tau}} = Y_A.$$

Далі введемо нижню межу Y_A в (19):

$$-\tau[1 - p(1 + s)] \left\{ \left(\frac{1-\tau}{\xi} \right)^{\frac{1}{\psi-\tau}} [1 - p\tau(1 + s)]^{\frac{\psi-1}{\psi-\tau}} \right\} Y^{-\tau} \leq \beta h$$

й розв'язуємо для β :

$$\beta \leq \left(\frac{1}{-h}\right) \frac{\tau[1-p(1+s)]}{[1-p(1+s)]^{\frac{(\psi-1)(1-\tau)}}} \left(\frac{1-\tau}{\xi}\right)^{\frac{(\psi-1)}{\psi-\gamma}} = \bar{\beta}.$$

Випадок II. $Y, D > 0$ і $D - Y < 0$. В цьому випадку з рівняння (15) маємо $\lambda = 0$ та з рівнянь (16)–(17) отримуємо:

$$\begin{aligned} [1 - p\tau(1 + s)]\{[1 - p\tau(1 + s)]Y - \tau[1 - p(1 + s)]D\}^{Y-1} - \xi Y^{\psi-1} &= -\beta h \\ -\tau[1 - p(1 + s)]\{[1 - p\tau(1 + s)]Y - \tau[1 - p(1 + s)]D\}^{Y-1} &= \beta h. \end{aligned}$$

Цю систему рівнянь можна розв'язати так, щоб отримати рівняння (7) і (8). Отже, експліцитна форма розв'язку для D є такою:

$$D = \frac{1}{\tau[1-p(1+s)]} \left\{ \left[\frac{(1-\tau)(-\beta h)}{\tau[1-p(1+s)]} \right]^{\frac{1}{\psi-1}} [1 - p\tau(1 + s)] - \left[\frac{-\beta h}{\tau[1-p(1+s)]} \right]^{\frac{1}{\psi-1}} \right\}$$

та при $D > 0$ і $-\beta h > 0$ вона має бути:

$$f_1(-\beta h) < f_2(-\beta h). \tag{20}$$

$$f_1 = \left[\frac{(1-\tau)(-\beta h)}{\tau[1-p(1+s)]} \right]^{\frac{1}{\psi-1}} [1 - p\tau(1 + s)],$$

$$f_2 = \left[\frac{-\beta h}{\tau[1-p(1+s)]} \right]^{\frac{1}{\psi-1}}.$$

Відповідно, обидві функції f є додатними та f_1 є монотонно зростаючою за аргументом (in) $-\beta h$, тоді як f_2 є монотонно спадною за цим же аргументом. Вони перетинаються у:

$$-h\bar{\beta} = \tau[1 - p(1 + s)][1 - p(1 + s)]^{\frac{(\psi-1)(\gamma-1)}{\psi-\gamma}} \left(\frac{1-\tau}{\xi}\right)^{\frac{(\psi-1)}{\psi-\gamma}}.$$

Таким чином, для того, щоб нерівність (20) виконувалась, має бути задоволена умова:

$$\beta > \bar{\beta} = \left(\frac{1}{-h}\right) \frac{\tau[1-p(1+s)]}{[1-p(1+s)]^{\frac{(\psi-1)(1-\tau)}}} \left(\frac{1-\tau}{\xi}\right)^{\frac{(\psi-1)}{\psi-\gamma}}.$$

Випадок III. $Y = D > 0$, тобто додатне значення виробництва й нульове значення ухилення від сплати податків. З рівняння (15) маємо $\lambda \geq 0$, і тепер рівняння (16)–(17) набувають вигляду:

$$[1 - p\tau(1 + s)]\{[1 - \tau]Y\}^{Y-1} - \xi Y^{\psi-1} + \beta h + \lambda = 0, \tag{21}$$

$$-\tau[1 - p(1 + s)]\{[1 - \tau]Y\}^{Y-1} - \beta h - \lambda = 0. \tag{22}$$

Отже, розв'язок для доходу / виробництва має форму:

$$Y^{**} = \left(\frac{1-\tau}{\xi}\right)^{\frac{1}{\psi-\gamma}} > 0.$$

Його можна підставити в одне з рівнянь (21)–(22), у результаті чого отримаємо:

$$\lambda = -\tau[1 - p(1 + s)] \left\{ (1 - \tau) \left[\frac{(1-\tau)^{\frac{1}{\psi-\gamma}}}{\xi} \right]^{\psi-\gamma} \right\}^{\gamma-1} - \beta h \geq 0.$$

Цю нерівність також можна подати таким чином:

$$\beta \geq \left(\frac{1}{-h}\right) \tau [1 - p(1 + s)] \frac{(1-\tau)^{\frac{\psi(\gamma-1)}{\psi-\gamma}}}{(\xi)^{\frac{\psi(\gamma-1)}{\psi-\gamma}}} = \beta_A.$$

Простий розрахунок показує, що $\beta_A > \bar{\beta}$ внаслідок нашого припущення, що $p(1 + s) < 1$.

Стаття надійшла до редакції 19 квітня 2019 р.