



Ринок фінансово-банківських послуг

Олена СОХАЦЬКА

**ФРАКТАЛЬНА РОЗМІРНІСТЬ  
МІЖНАРОДНИХ Ф'ЮЧЕРСНИХ РИНКІВ  
ЯК ХАРАКТЕРИСТИКА  
ЇХ ЕКОНОМІЧНОЇ ПРИРОДИ**

**Резюме**

Досліджено нові підходи до прогнозування цінових тенденцій на міжнародних ф'ючерсних ринках, що ґрунтуються на використанні синергетичного підходу, та категорії: «атрактори», «біфуркація», «детермінований хаос», «s-фрактали». Міжнародні ф'ючерсні ринки розглянуті як нелінійні хаотичні системи, прогнозування майбутньої динаміки яких із використанням традиційних інструментів і лінійних моделей стає неможливим. Як прогностичний індикатор ринкових тенденцій запропоновано використовувати елементи фрактальної геометрії та теорії хаосу, зокрема фрактальну розмірність.

**Ключові слова**

Міжнародні ф'ючерсні ринки, показник Херста, динаміка цін, трейдери, фрактальна розмірність, атрактори, фрактали, рівновага ринку, теорія нелінійних динамічних систем.

---

© Олена Сохацька, 2004.

Сохацька Олена, докт. екон. наук, професор, Тернопільська академія народного господарства, Україна.

*Для всіх нас було би краще, якби не лише у науковій роботі, а й у повсякденному політичному та економічному житті якомога більше людей зрозуміли, що прості нелінійні системи не завжди володіють простими динамічними властивостями.*

**Р. М. Мей**

### **1. «Крах» основних теоретико-концептуальних підходів прогнозування ринків у зарубіжній економічній теорії кінця XX-го – початку XXI ст.**

Глобалізація світових фінансових ринків призвела до суттєвого ускладнення їх вивчення. Основні економічні теорії, що базуються на гіпотезах раціональних сподівань основних учасників, ринковій рівновазі між попитом та пропозицією, випадкових блуканнях ринкових цін, симетричній інформаційній ефективності, виявилися неспроможними формувати достовірні прогнози динаміки майбутніх цін та курсів, передбачати кризові явища, які суттєво впливають на міжнародну валютно-фінансову стабільність та розвиток світової економіки.

Зарубіжна література, присвячена аналізу фінансових ринків [6], [7], [9], [10], [25], [28], ґрунтується на погано адаптованих до торговельної практики та інвестиційних стратегій лінійних моделях. Застосування лінійних моделей оцінки основних фінансових активів, статистичних методів визначення ризику через математичне сподівання та стандартне відхилення не дають пояснення ні самому феномену існування ринкових трендів, ні часу їх зародження та зміни.

Ситуація у зарубіжній економічній науці в кінці XX-го та на початку XXI-го ст. є настільки складною, що вчені і практики почали вести мову про крах економічної теорії, яка лише в середині століття переживала бурхливий розквіт. На самому рубежі третього тисячоліття народжується новий напрям дослідження, який отримує назву **нелінійної парадигми**, оскільки його фундатори намагаються вивчати фінансові ринки як нелінійні хаотичні системи з усією їх складністю та непередбачуваністю.

Економісти цього напрямку використовують найновіші досягнення математики та фізики для вивчення нелінійних динамічних процесів: *фрактальну геометрію, теорію детермінованого хаосу, клітинні автомати,*

нейронні мережі, нечітку логіку [2], [15], [18] тощо. Саме ці революційні досягнення математики, фізики, комп'ютерних технологій дають змогу проводити дослідження складних ринкових явищ і процесів на екрані дисплея. Роботи з цього напрямку [16], [26] досі залишаються в центрі дискусій зарубіжних економістів, більш того, академічні кола досі їх не сприймають. Натомість практики ринків активно включилися до емпіричних досліджень нових гіпотез і отримали доволі непогані результати [5], [4], [27], [17], [14].

Класична економічна теорія виявилася непридатною і для економік постсоціалістичних країн, в тому числі і для України, з її нерозв'язаними проблемами, зокрема так і не сформованими за всі роки реформ ринками основних товарних та фінансових активів. Ми повністю підтримуємо точку зору А. М. Романова [16: 7], згідно з якою перехід від планової економіки до ринкової містить цілий конгломерат нелінійностей, тому українським економістам і практикам ринків потрібно включитися у процес становлення вітчизняної економічної теорії, базуючись на вивченні нелінійних хаотичних систем, більше подібних на нашу економіку.

Незважаючи на незвичність постановки такої проблеми, іншого шляху для формування вітчизняної економічної теорії та становлення ефективних ринків не існує. А цей шлях передбачає досконале вивчення найновіших досягнень зарубіжної науки, включення українських економістів у формування нових гіпотез ринку, які могли б точніше відповідати реаліям економічного життя. Перші кроки у цьому напрямі роблять українські економісти, які здійснюють дослідження у сфері економіко-математичних моделей та методів. Ці школи проходять процес становлення у Київському національному економічному, Запорізькому та Донецькому національному університетах. В останньому зовсім нещодавно було захищено докторську дисертацію на тему: «Нелінійні моделі складних економічних систем» [20].

Опанування цього нового наукового інструментарію дасть змогу українським науковцям запропонувати необхідні заходи щодо формування передумов для подальшого якісного розвитку інфраструктури товарних і фінансових ринків. Всі учасники цієї дискусії дійшли висновку, що без становлення класу професійних трейдерів сформувати ліквідні ринки неможливо, однак практичних кроків у цьому напрямі робиться явно недостатньо. Хоча тут відбувається зміна позицій з боку державних органів, про що свідчить зняття заборони НБУ на здійснення спекулятивних операцій з валютою та відновлення торгівлі валютними ф'ючерсами на Міжбанківській валютній біржі, що може стати початком зародження так необхідного ринкам класу потужних фінансових дилерів.

Тим більше, що інші постсоціалістичні країни, зокрема Росія, активно формують трейдерів-професіоналів третьої хвилі. Перша хвиля трейдерів залишилася російському фінансовому ринку у спадок від СРСР. Це були валютні та «золоті» дилери Зовнішекономбанку, що здійснювали увесь спектр операцій із золотом та валютою на міжнародних біржових ринках. Професіонали другої хвилі опанували міжнародний спотовий валютний

ринок FOREX. Третя хвиля фінансових дилерів успішно працює не лише на FOREX, а й на міжнародних та національних ринках акцій, товарних і фінансових ф'ючерсів та опціонів. Про їхній високий професіоналізм свідчать опубліковані ними дослідження [3], [11–13], [31], [30].

Відчуваючи нестачу наукових робіт з проблематики прогнозування цін та курсів, ці трейдери, поряд з успішною торговельною практикою, самі здійснюють дослідження, що вражають своєю новизною. Підтвердженням цього факту є передмова до двохтомника В. Якимкіна «Фінансовий дилінг» [30], написана визнаним авторитетом у міжнародних біржових колах О. Елдером, колишнім політемігрантом з СРСР, автором бестселера «Trading for a Living», що витримав 8 видань, у тому числі російською мовою – під назвою «Как играть и выигрывать на бирже» [29]. У зазначеній передмові О. Елдер високо оцінив працю російського трейдера, підкресливши той факт, що професіоналізм російських дилерів зростає і невдовзі настане той час, коли і їхні книги будуть перекладені на англійську мову.

На нашу думку, в Україні настав час докорінної зміни підходів до процесів становлення класу фінансових дилерів. Нині вони, не маючи можливості здійснювати операції на глобальному фінансовому ринку, програють у професійному плані своїм конкурентам, оскільки, не володіючи сучасними технологіями роботи з фінансовими інноваціями, не отримують додаткових доходів та не мають змоги опановувати методи ефективного управління фінансовими ризиками.

Для вирішення цих складних питань варто задіяти комплексний підхід, а саме: глибоко вивчати сучасні міжнародні фінансові ринки, зокрема їх строкові сегменти, вносити відповідні зміни до законодавства і здійснювати практичні заходи з підготовки та перепідготовки фінансових кадрів.

Все більше сучасних дослідників міжнародних фінансових ринків за складністю функціонування та структурою порівнюють їх із живими організмами. Передбачити майбутні ціни та курси так само складно, як здійснити точний прогноз погоди. **Незаперечним фактом** залишається лише **непередбачуваність ринків**.

У цій статті автор ставить завдання критично проаналізувати існуючі підходи до прогнозування ф'ючерсних цін і показати можливість використання у цьому процесі елементів нелінійної економіки, а саме фрактальної геометрії та теорії хаосу, для чого потрібно розрахувати фрактальну розмірність декількох зарубіжних ф'ючерсних ринків, товарних і фінансових ф'ючерсів.

## 2. Теоретико-концептуальні підходи до прогнозування ф'ючерсних цін

Проведений автором критичний аналіз показав, що і для ф'ючерсних ринків як строкових сегментів фінансового ринку основними гіпотезами, що пояснюють їхнє становлення та функціонування, є **теорії раціональних сподівань учасників ринку, ринкової рівноваги, інформаційної ефективності ринку та випадкових блукань цін**, тобто саме ті, які автори нелінійної парадигми піддають жорсткій критиці.

Коротко зупинимось на основних постулатах цих теорій (ґрунтовніше перші з названих вище були досліджені автором у статтях, опублікованих у журналах «Економіка України» [23] та «Банківська справа» [22]).

Гіпотезу раціональної поведінки людини в економічному процесі висунули Дж. М. Кейнс [34] та Дж. Р. Гікс [33], хоча вже тоді перший не вважав її вірною. Головним мотивом поведінки людини в економіці є її сподівання. Прогнозування майбутнього стану економіки можуть бути здійснені за допомогою *адаптивних (ретроспективних) та перспективних сподівань*. Теорію адаптивних сподівань будують на припущенні, що формування майбутнього профілю економіки (цін, відсоткових ставок, рівня інфляції тощо) здійснюється *лише на основі аналізу минулої інформації*. Ця гіпотеза породила специфічний напрям ринкового аналізу – **технічний аналіз** ринкових цін та обсягів торгівлі з його основним постулатом: «*Ринок знає все, має пам'ять та підпорядковується трендам – тенденціям*». Саме технічний аналіз нині є основним інструментом для одноденних трейдерів – спекулянтів на глобальному спотовому ринку FOREX, міжнародних ф'ючерсних та опціонних біржових ринках. Його використовують позиційні спекулянти та хеджери при визначенні часу відкриття та закриття позицій.

Теорія перспективних (раціональних) сподівань передбачає використання всієї доступної для учасника ринку інформації – *минулої, поточної та внутрішньої (інсайдерської)*. Саме ця, критикована Дж. М. Кейнсом теорія була покладена за основу **фундаментального аналізу**, вона ж породила «модну» у 80-х роках минулого століття *теорію інформаційної ефективності ринку*. Завданням фундаментального аналізу є визначення «справедливої» ціни активу, після порівняння якої з ринковою, можна визначити, наскільки точною є ця оцінка, і, відповідно, прийняти рішення щодо його купівлі або продажу.

Більшість підручників із сучасної економічної теорії включають вивчення **теорії ринкової рівноваги**, за якою ринок постійно прагне до стану рівноваги між попитом і пропозицією, що виражається у рівноважній ціні [7]. Дана теорія не виключає відхилень від рівноважного стану. Практично ринок постійно відчуває вплив дискретної інформації, в результаті чого змінює свою форму. Інформація також є несиметричною, недосконалою для учас-

ників ринку. Саме у цьому факті зарубіжні економісти шукають причини існування нерівноваги на ринках. Важливість цих робіт підкреслює факт отримання Дж. Стігліцем Нобелівської премії 2001 р. за дослідження «Рівновага на конкурентних страхових ринках: есе про економіку недосконалої інформації» [24].

Насправді досягнення рівноваги на ринку є швидше випадковим, ніж постійним явищем, оскільки попит і пропозиція більшості сировинних товарів та фінансових інструментів є нееластичними щодо зміни цін. На ринках можна неодноразово спостерігати збільшення обсягів торгівлі при зростанні цін і навпаки. Це відбувається в тому числі і через те, що на ринках торгують не лише активами, а й сподіваннями щодо їх цін та курсів в майбутньому.

Оригінальною є точка зору трейдера – аналітика Е. Л. Наймана [12: 105], який, використовуючи філософську точку зору на стан рівноваги (відсутність руху – смерть), характеризує неліквідні рівноважні ринки з низькою волатильністю як «мертві ринки», наприклад, фондовий ринок України 2001 р. Однак цей ринок і тоді був живим, оскільки обсяги пропозиції та попиту змінювалися, навіть якщо залишалися непомітними. Саму непомітність змін на вітчизняному ринку пояснювали тим, що через офіційну інфраструктуру фондового ринку здійснювалося лише близько 8% операцій [1]. А тому *теорія динамічної рівноваги як мети ринку має повне право на існування*. Як природа, що накопичує сили перед еволюційними змінами, так і ринки після відчутних коливань вступають у фазу консолідації.

Як розвиток згаданих вище теорій у 1972 р. Е. Фамою [32] було запропоновано *гіпотезу інформаційної ефективності ринку*, згідно з якою усю нову інформацію, якщо вона є рівнодоступною для учасників ринку, одразу ж враховують у ціні. Ця гіпотеза, хоча і тривалий час використовувалась на американському фондовому ринку, не витримала перевірки практикою, і, зокрема, через те, що не враховувала психологію учасників ринку та їхнє неоднакове сприйняття інформації. Одним з найкатегоричніших опонентів цієї гіпотези є Дж. Сорос, який стверджує, що «коли ми застосовуємо економічні теорії до реального світу, то можемо отримати викривлену картину. Це особливо помітно на фінансових ринках, де рефлексивність відіграє важливу роль. Теорія раціональних сподівань та ефективності ринків є глибоко невірними» [21: 237].

Будучи творцем *теорії рефлексивності ринку*, що ґрунтується саме на психології учасників ринку, Дж. Сорос критикує економістів, які без усяких застережень застосовують до ринку закони фізики. Зокрема, він не погоджується із твердженням, що досконалі знання дають досконалу інформацію, не сприймає і теорію випадкових блукань цін.

*Теорія випадкових блукань* стверджує, що ринкові ціни рухаються випадково, оскільки на їх формування впливає несподівана інформація. Ця гіпотеза також перевірялася емпіричним шляхом на американському фондовому ринку, де було виявлено таку закономірність: лінійні графіки цін за-

криття акцій, що котирувалися на фондових біржах, виявилися подібними до графіку руху броунівської частинки, а це дало змогу стверджувати, що ринкові ціни є абсолютно випадковими і їх неможливо передбачити. Саме ця гіпотеза передбачала широке використання теорій ігор та ймовірностей.

Математичні підходи до оцінки випадкових величин через стандартне відхилення та математичне сподівання започаткували цілий напрям у фінансовій теорії, який отримав назву *теорії інвестиційного портфеля*. Фундатором цієї теорії став Г. Марковіц [36]. У 1952 р. він запропонував *ймовірнісну модель* ринку акцій з базовими поняттями *дохід* та *ризик*. Дохід портфеля акцій визначався через математичне сподівання, а ризик його неотримання – через стандартне відхилення сподіваної доходності (варіацію). Особливо цінним у його підході є залежність формування оптимального портфеля інвестора *від різних початкових умов*, що, однак, не повністю відповідало гіпотезі випадкових блукань. Через сорок років математик Г. Марковіц отримує за цю роботу Нобелівську премію з економіки.

Розвинув ідеї Г. Марковіца економіст Дж.Тобін, який увів поняття безризикового активу (безризикових позик та безризикового кредитування), що дало можливість зменшувати інвестиційні ризики, розміщуючи грошові кошти у ризикові та безризикові активи. За свої дослідження він раніше від Марковіца також отримав Нобелівську премію.

Інший нобелівський лауреат – В. Шарп [28] – запропонував *однофакторну лінійну модель ринку капіталів*, відому економістам як CAPM (Capital Asset Price Model – *модель оцінки капітальних активів*), увівши коефіцієнти  $\alpha$  і  $\beta$  для характеристики доходу конкретної акції. Модель встановлює співвідношення між ризиком та доходом на ринку, що наближається до рівноваги. CAPM використовують для визначення рівня систематичного (ринкового) ризику та ризику конкретної акції, який можна мінімізувати шляхом диверсифікації портфеля. Графічно модель зображають прямою лінією, що ілюструє пряму залежність доходу від ризику. Як бачимо, В. Шарп запропонував лінійну модель ринку, ґрунтуючись на гіпотезі ринкової рівноваги, теорії ймовірностей та гіпотезі ефективного ринку.

Останню гіпотезу С. Росом було покладено за основу APM (Arbitrage Pricing Model – *арбітражної моделі утворення цін*). Арбітражна модель базується на припущенні, що на ринку кожен момент часу має існувати таке співвідношення між ризиком та доходом, щоб учасники не могли отримувати безризиковий дохід від здійснення арбітражу (угоди на різниці у цінах). Як бачимо, і ця модель ґрунтується на гіпотезі випадкових блукань, стверджуючи, що цінові коливання хаотичні і точне прогнозування доходу є неможливим [25], [28].

Названі вище гіпотези вивчаються у вищих навчальних закладах США та Європи, використовуються інституційними інвесторами та біржовими трейдерами, однак майже не підтверджуються практикою, що спонукає науковців та учасників ринків шукати нові шляхи розв'язання цих складних проблем.

Перевіряючи гіпотезу випадкових блукань, яка стверджує, що рух цін на фінансовому ринку є подібним до руху броунівської частинки, Б. Мандельброт [35] ще у 1964 р., на основі аналізу доходів фондового ринку США, довів, що вони розподіляються за законом Парето, а не Гауса, оскільки характеризуються невизначеною або нескінченною дисперсією. Однак його дослідження більшістю економістів були визнані невірними, а відхилення від гаусівської кривої – несуттєвими. Як відомо, відхилення від середніх значень випадкових величин має нормальний розподіл, що графічно зображають дзвоноподібною кривою, яка, за ім'ям її творця, називається кривою Гауса.

Так тривало більше десяти років. Потім Є. Фама (1965) та В. Шарп (1970) знайшли, що розподіл доходів фондового ринку має від'ємну асиметрію: «хвости» є товщими, а пік навколо середнього значення вищим, ніж той, що передбачався нормальним розподілом. А. Тернер та Е. Вегель (1990), провівши глибші дослідження волатильності фондового ринку США денного індексу S&P та Доу-Джонса за період з 1 січня 1928 р. по 1 січня 1990 р., дійшли аналогічних висновків [16: 47]. Отже на початку 90-х років ХХ ст. у групі економістів було сформовано відмінну від загальноприйнятої точку зору на той факт, що стандартне відхилення не є мірою фінансових ризиків, у першу чергу, за межами коротких проміжків часу, а підвищена волатильність (цінова змінність) ринків із великою кількістю інвесторів заперечує постулати теорії раціональних сподівань та інформаційної ефективності ринку.

### **3. Синергетичний підхід у дослідженні міжнародних ринків**

Як було зазначено вище, в кінці ХХ-го ст. відбулися революційні відкриття у фізиці та геометрії, що дали змогу глибше зрозуміти суть природних явищ. Йдеться про започаткування принципово нової наукової парадигми, яка стверджує, що порядок зароджується з хаосу, флуктації є творцем організації, випадковість відіграє конструктивну роль у еволюційних процесах. Різноманітність лежить в основі стійкого та динамічного розвитку систем. Еволюція нелінійна та багатоваріантна. Картина світу класичної науки – лапласівський детермінізм – виглядає, з точки зору творця синергетичного підходу І. Пригожина [19], як «карикатура на еволюцію». Відбувається зміна самих стилів наукової думки. Синергетика спрямована на виявлення універсальних механізмів самоорганізації – це міждисциплінарний напрям наукових досліджень. Вона стверджує, що світ є надзвичайно складним, відкритим і не сталим, оскільки безперервно виникає. Лінійне та впорядковане є лише винятком, тоді як нелінійне та хаотичне – правилом існування природи та суспільства.



Синергетика вводить у науковий обіг свою власну мову. Це мова, де вживають такі категорії, як **атрактори**, **біфуркації**, **детермінований хаос та фрактали**.

Йдеться про теорію хаосу, квантову фізику та фрактальну геометрію, що довели хибність детермінізму як символу наукового пізнання світу, справедливого лише для обмеженого кола ситуацій. На противагу колишній точці зору, що сприймала ймовірність як неповноту знань, прийшло розуміння її як об'єктивної реальності.

Творцем **теорії хаосу або теорії нелінійних динамічних систем** вважається Е. Лоренц, який, досліджуючи процеси точного прогнозування погоди, довів, що майбутнє передбачити неможливо, оскільки завжди будуть присутні похибки виміру, які, у свою чергу, є наслідком неповних знань про початкові умови. **Хаос** визначається ним як *крайня непередбачуваність постійного нелінійного нерегулярного складного руху*. Згідно з теорією хаосу, у світі одночасно співіснують випадковість і порядок. Непередбачуваність хаосу пояснюється істотною залежністю від початкових умов, у той же час хаос не є випадковим.

Вивчення нелінійних динамічних систем і **теорії складності**, складовою якої є теорія хаосу та фрактальна геометрія, є дослідженням процесів переходу системи від стану стійкості до турбулентності, що неможливо пояснити за допомогою ньютонівської фізики. Остання може передбачити орбіти планет на століття вперед, але безсила при прогнозуванні погоди на декілька наступних днів [8].

Застосовуючи цей постулат до фінансових ринків, можна стверджувати, що динаміка цін є хаотичною. Вона не випадкова, але все одно є непередбачуваною. Малі зміни та (або) похибки у визначенні початкових умов можуть спричинити значні наслідки, коли невизначеності швидко наростають та перевищують межі передбачуваності. Це явище у теорії хаосу називають **суттєвою залежністю від початкових умов** або *експотенційним накопиченням похибки*. Іншим важливим фактом є те, що достовірність прогнозів з часом швидко падає. Не менш важливою характеристикою є **концепція критичних рівнів**. Ця концепція описує нелінійний зв'язок впливу певних факторів на систему, який призводить до колапсу. Для ілюстрації цього явища Е. Петерс [16: 162] наводить класичний приклад із соломинкою, яка переломила спину верблюдові. Соломинка, додана до великого вантажу, перевищила критичний рівень його можливостей і вбила тварину.

Теорія хаосу вивчає фаховий простір, тобто абстрактний простір, координатами якого є ступені свободи системи. Як основні інструменти визначення ступенів свободи хаотичної системи Е. Лоренц застосував **атрактори** (to attract). Атрактори – це геометричні структури, що утворюються в результаті поведінки системи у фазовому просторі впродовж тривалого періоду часу. *Атрактор – це кордон системи, межа її коливань та динаміки*. Іншими словами, атрактор – це область розв'язань системи. Найпростіши-

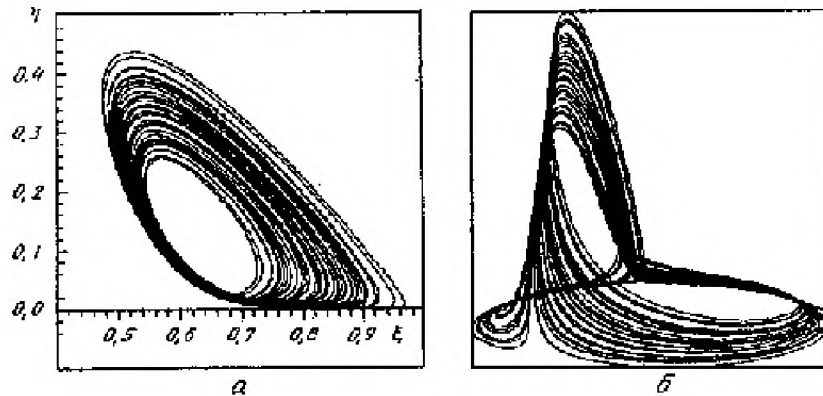
ми **атракторами є точка, коло та тор**. Ці атрактори належать до простих передбачуваних атракторів.

Однак у природі та економіці часові ряди характеризуються неперіодичними циклами, а отже, є складними динамічними системами з нескінченними варіантами рішень. Їх поведінку у фазовому просторі описують за допомогою хаотичних атракторів.

Перший хаотичний атрактор Е. Лоренц побудував, розв'язуючи три диференційні рівняння з трьома константами та різними початковими умовами. У результаті проведення розрахунків та зображення їх результатів у трьохмірній системі було доведено, що розв'язання системи цих рівнянь поводить хаотично, оскільки незначна різниця у початкових умовах призводила до суттєвих розбіжностей отриманих результатів. На рис. 1. показані (**дивні**) **хаотичні атрактори** [8]. Як стверджують російські вчені наукового центру академіка Келдиша, можна лише дивуватися науковій сміливості Е. Лоренца, який для прогнозування погоди обрав просту модель із трьох звичайних диференційних рівнянь, прорахував її на комп'ютері і зрозумів, що має справу не з похибками у розрахунках, а з науковим відкриттям. Математичний образ детермінованих неперервних процесів, для яких довгостроковий прогноз є неможливим, і назвали дивними атракторами.

Рисунок 1.

**Дивний атрактор з проекцією на дві площини, що описує стан об'єкта у тримірному просторі [39]**



Сходимість та розходимість (складання та витягування) хаотичного атрактора систематично замінює початкову інформацію новою. Коли відбувається процес сходження траєкторій атрактора, зростає невизначеність значної за обсягами інформації, а при їх розходженні, навпаки, зростає невизначеність малої інформації. Звідси впливає наступний висновок: теорія хаосу заперечує причинно-наслідковий зв'язок між подіями, що і не дає змоги прогнозувати майбутню поведінку системи. А звідси ще один висновок: чим на довший термін буде здійснено прогноз, тим вищою є ймовірність того, що він буде хибним.

Е. Е. Петерс використав для аналізу фінансових ринків хаотичні або *дивні (химерні) аттрактори*. У мережі Internet можна знайти україномовні сайти, де містяться книги (Анісімов І. О. «Коливання та хвилі») та матеріали наукового семінару, присвячені дослідженню фракталів у Черкаському державному університеті ім. Б. Хмельницького, дисертаційні дослідження з проблематики хаосу і фракталів у математиці та фізиці [39]. Матеріали цих сайтів свідчать про значний інтерес до цієї проблематики користувачів Internet.

Хаотичні аттрактори породжують такі типи поведінки системи, які неможливо ні передбачити, ні відтворити. У будь-якому фазовому просторі, що його займає дивний аттрактор, спостерігається складна поведінка у часі. Тому для таких хаотичних систем вводиться поняття *часового горизонту*, який і виявляє принципові відмінності між минулим станом системи та її кінцевим станом. Отже, підсумовуючи, можна стверджувати, що теорія хаосу вносить конкретні уточнення у поняття передбачуваності та ймовірнісної моделі фінансового ринку.

Дана теорія, на нашу думку, є найперспективнішим напрямом дослідження міжнародних фінансових ринків, однак, як було сказано вище, не всі західні науковці та практикуючі трейдери однозначно сприймають її методи. Солідарним з ними є й український аналітик Е. Найман [13: 272], який вважає, що поки не існує математичного апарату для застосування теорії хаосу при аналізі ринкових цін, не варто поспішати з її застосуванням. Однак уже в 2004 р. ним написано книгу з красномовною назвою «Торговий хаос», яка лише має з'явитися на книжковому ринку. Показовим є і той факт, що успішні зарубіжні трейдери, які використовують нові наукові ідеї, що допоможуть їм конкурувати на ринку, рідко про це пишуть. Винятком є Б. Вільямс [4, 5].

*Чисельною мірою хаосу є швидкість сходжень та розходжень системи, статистичною мірою є розмірність атрактора.* Визначити цю статистичну розмірність хаотичних атракторів за допомогою звичайної евклідової геометрії неможливо, оскільки вони є динамічними структурами, що характеризуються непостійними, неперіодичними змінами траєкторій. Для цих потреб теорія хаосу використовує **фрактальну геометрію**, за допомогою якої можна аналізувати нечіткі, неправильні форми. Засновником цього нового напрямку математики став Б. Мандельброт [39]. Він першим

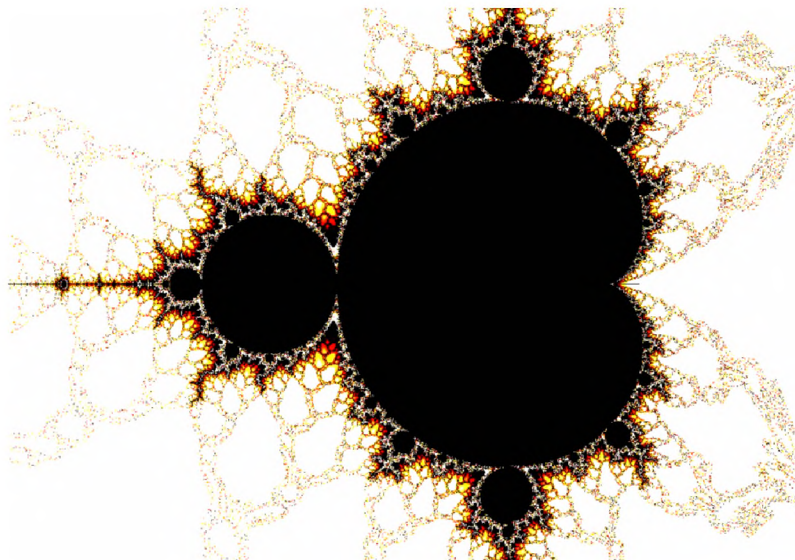
увів термін **фрактал**, скомбінувавши його з двох латинських слів: *frangere* – ламати, *fractus* – створювати іррегулярні фрагменти. Цим терміном він назвав геометричну структуру, за допомогою якої можна точніше описати різні об'єкти природи, де все одночасно подібне, відносне та хаотичне.

Вивчаючи різні природні об'єкти, ми постійно зустрічаємося із статистичною самоподібністю гір, річок, дерев, квіток тощо. Б. Мандельброт довів, що контур берегової лінії Англії можна описати за допомогою ступеневого закону, а рух броунівської частинки приблизно самоподібний нескінченній кривій, що ніколи не диференціюється. На рис. 2 показано фрактал, який носить ім'я Б. Мандельброта. Дивлячись на цей гарний рисунок, важко повірити, що його збудував комп'ютер, розв'язуючи просте рівняння:  $x_{n+1} = x_n^2 + c$ , де  $c$  – комплексне число. Це плоский фрактал, який має дробову розмірність.

Відкриття Мандельбротом універсальної фігури  $M$  дало змогу продемонструвати величезну складність, що її містить простий закон. У будь-якому місці цієї фігури спостерігається самоподібність, множина повторюється знову і знову у різних розмірах, але завжди однієї і тієї ж форми.

Рисунок 2.

**Фрактал Б. Мандельброта**



Революційне відкриття Б. Мандельброта дає змогу вченим різних галузей знань, які вивчають проблеми фізики плазми, метаморфози розвитку рослин, психологію сприйняття людиною різних подій, соціальну поведінку тощо, постійно впевнюватись у тому, що процеси утворення структур і самоорганізація розвиваються відповідно до невеликої кількості сценаріїв, які не залежать від конкретної системи. Саме вивчення нелінійних динамічних процесів наближає нас до вивчення складних природних явищ. Актуальними залишаються сказані у 1976 р. слова біолога Р. М. Мея, винесені в епіграф цієї статті: «Для всіх нас було би краще, якби не лише у науковій роботі, а й у повсякденному житті якомога більше людей зрозуміло, що прості нелінійні системи не завжди характеризуються простими динамічними властивостями» [16].

Всі об'єкти в природі є доволі складними. Їхня складність збільшується при нашому наближенні до них. Так, листок будь-якої рослини чи її квітка завжди лише подібні на інші, але мають власну форму та розміри, причому, чим ближче ми будемо їх розглядати, наприклад, використовуючи мікроскоп, або навпаки, віддалятися від них на різні відстані, тим більше ми будемо спостерігати суттєві відмінності або сприймати їх однаковими, спрощувати їх. Саме так робить евклідова геометрія. Тримірна форма трансформується у двомірну, потім в одновірну лінію або безрозмірну точку. Фрактальна геометрія дає можливість побачити не лише подібність об'єктів, а й ускладнення при їх детальному вивченні.

При побудові множини Б. Мандельброта за умови надання комплексному числу  $C$  різних значень, межа між двома зонами впливу набуває фрактальної структури, в якій одна і та ж форма зустрічається в різних місцях та має різні розміри. Межі такого роду в математиці називають множинами Га-стона Жуліа. Г. Жуліа ще під час Першої світової війни встановив, що всю межу можна відновити за будь-якою як завгодно малою її частиною, використовуючи кінцеве число ітерацій формули  $x \rightarrow x^2 + c$ . Іншою характеристикою цих множин є те, що вони охоплюють надзвичайно складну динаміку. Студентами згаданого вище Черкаського державного університету [39] створено галерею фракталів, як плоских, так і просторових. На рис. 3 показано один із просторових фракталів множини Жуліа, на якому чітко видно, яким складним є просторовий атрактор системи, хоча математично процес описується тим же рівнянням.

Першим, хто спробував використати напрацювання фрактальної геометрії для аналізу фінансових ринків, був Е. Е. Петерс [16], [37], праці якого вже були згадані вище. Саме він розпочав дискусію щодо зміни парадигми при вивченні фінансової теорії.

Рисунок 3.

Просторовий фрактал множини Г. Жулія [39]



Враховуючи такі дві основних властивості фракталів, як *самоподібність та дробовість*, він починає аналізувати графіки змін цін у часі, тобто графіки технічного аналізу. Самоподібність на всіх сегментах фінансового ринку можна спостерігати, порівнюючи цінові графіки різних активів або одного активу в різних часових інтервалах. Саме ця властивість існування фінансового ринку одночасно у кількох часових вимірах дала змогу Е. Е. Петерсу висунути **гіпотезу фрактальності** [37]. Фрактальна природа фінансового ринку дає можливість відобразити його у вигляді *фракталів простору та часу*. Як фрактали простору використовують графіки змін цін у часі. Як фрактали часу розглядають *інвестиційні горизонти (періоди володіння активом)* основних учасників ринку.

Торговельні стратегії спекулянта та інвестора відрізняються довжиною інвестиційного горизонту. Одноденні спекулянти та арбітражери на ринках FOREX, ф'ючерсних біржах відкривають і закривають свої позиції впродовж торговельного дня на короткий період, від кількох хвилин до кількох годин. Позиційні спекулянти утримують їх від кількох днів, тижнів, місяців. Інвестори на фондових ринках та хеджери на ф'ючерсних перебувають на ринках від кількох місяців до кількох років. Стратегічні інвестори можуть мати безстроковий інвестиційний горизонт.

Саме різні за періодами інвестування коштів учасники (фрактали часу) дають змогу підвищувати ліквідність ринку. Тільки наявність на фінансовому ринку великої кількості учасників, які реалізують власні інвестиційні

стратегії, пояснює той факт, що фінансові активи одночасно купують та продають. Якщо ж з ринку підуть стратегічні інвестори або хеджери, то позиційні і особливо одноденні спекулянти не матимуть контрагентів для укладання угод, оскільки всі вони використовують одні й ті ж графіки технічного аналізу (фрактали простору) з одним і тим же часовим інтервалом фіксації цін відкриття, максимальних, мінімальних цін та цін закриття торгівлі, наприклад, 5-хвилинний графік. Отримавши на цьому графіку сигнал на купівлю (очікуване зростання цін), усі вони намагатимуться придбати актив, але продати його буде нікому. Такими ж неліквідними є українські ринки валюти та акцій, на яких практично відсутні спекулянти з короткими інвестиційними горизонтами.

Фрактальність, яку характеризують загальна визначеність та локальна випадковість, не лише притаманна природним об'єктам, вона є основою їх існування та стійкості до внутрішнього та зовнішнього впливу. За аналогією з природою, **стійкість та ліквідність фінансового ринку визначає різноманітність інвестиційних горизонтів його учасників. Реальний фінансовий ринок одночасно не є детермінований законами, але не є й абсолютною випадковістю. Мірою непередбачуваності ринку є його фрактальна розмірність.**

Фрактальна розмірність показує, як часовий ряд заповнює простір. Спосіб заповнення об'єктом простору залежить від дії певних сил, що визначають його формування. Для розрахунку фрактальних розмірностей потрібно збільшити об'єкт у  $n$  разів та знайти кількість його копій. Пряма лінія має розмірність 1. Цю розмірність вираховують, виходячи з того, що відрізок прямої можна збільшити у  $X$  разів, а потім розрізати на  $Y$  копій початкового відрізка, при цьому  $Y = X$ , або  $\log 2 / \log 2 = 1$ .

Фрактальну розмірність плоских об'єктів визначають аналогічно. Візьмемо для прикладу квадрат, сторону якого збільшимо у 4 рази. Збільшений квадрат містить 16 копій свого попередника, тобто збільшення лінійних розмірів плоскої фігури у  $x$  разів збільшує її площу у  $x^2$ , або  $\log 4 / \log 2 = 2$ . Аналогічно об'ємні фігури мають фрактальні розмірності  $3 = \log 8 / \log 2$ .

Загальна формула розрахунку фрактальної розмірності має такий вигляд:

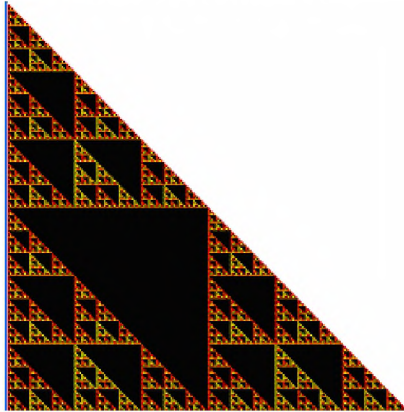
$$\log n / \log 1 / r,$$

де  $n$  – число самоподібних частин, що виникають при збільшенні фігури у  $r$  разів.

Фрактальні форми можуть породжуватися різними способами. Найпростішими ілюстраціями таких фракталів є трикутник Серпинського та сніжинка Кох. На рис. 4 показано трикутник Серпинського, побудований студентами Черкаського державного університету ім. Б. Хмельницького [39].

Рисунок 4.

#### Трикутник Серпинського



Трикутник Серпинського можна отримати шляхом послідовного вирізання рівносторонніх трикутників з основного, як це показано на рисунку. Сніжинка Кох будується у колі, куди послідовно вписують рівносторонні трикутники, на кожній середній третині грані попереднього. Довжина контуру безкінечна, хоча саму сніжинку розміщено у визначеному за розмірами колі. Прілюстровану фігуру називають симетричними фракталами, однак природні об'єкти симетричними не бувають. Природні об'єкти називають випадковими фракталами.

Фрактальну розмірність таких фігур – як берегову лінію, контур якої на певній висоті польоту літака з неперервної кривої лінії перетворюється на ламану з великою кількістю зазубрин, – визначають шляхом виміру зазубреності. Цей контур нагадує графіки багатьох процесів, зокрема, цінові графіки фінансових ринків, тому важливо визначити його розмірність. Вона становитиме більше 1, але менше 2. Цю розмірність визначають шляхом підрахунку кількості кіл, необхідних для покриття берегової лінії. Кількість кіл визначають за формулою:

$$N(2r)^D = 1,$$

де  $N$  – кількість кіл;

$r$  – радіус кола;

$D$  – фрактальна розмірність.

Звідси

$$D = \log N / \log 1 / 2r.$$



Фрактальна розмірність сніжинки Кох становить 1,26, берегової лінії Британії 1,3; Норвегії – 1,52, а це свідчить про те, що остання має більше зазубрин [16: 82].

Б. Мандельброт розрахував фрактальну розмірність руху броунівської частинки. Математичне сподівання броунівського руху пропорційне кореню квадратному з часу, за який відбувся приріст. Розділивши часовий інтервал на  $n$  рівних частин, а вертикальну – вісь на підінтервали  $\Delta t$ , він визначив фрактальну розмірність за формулою

$$D = -\lim (\log N(\Delta t) / \log \Delta t) = 1,5, \text{ при } \Delta t \rightarrow 0.$$

Російський валютний трейдер В. Якимкін [29: 30], вивчивши основні аспекти фрактальної геометрії та поведінку дивних (хімерних) атракторів, розрахував фрактальні розмірності на різних часових графіках глобального валютного ринку FOREX.

Він розпочинав дослідження з перевірки ймовірностної моделі фінансового ринку, досконало вивчаючи інвестиційні горизонти трейдерів як реальні об'єкти з тонкою структурою. Ця структура виявилася різною для одного і того ж активу. Так, на одній часовій розверстці (10 хвилин) можуть домінувати покупці, на іншій (одна година) – продавці. І хоча між різними інвестиційними горизонтами існує кореляційний зв'язок, спрогнозувати рух цін на них, виходячи з динаміки неглибокої розверстки, для глибшої неможливо.

Використавши портфельний підхід до торгівлі валютою, В. Якимкін запропонував відкривати декілька позицій продавця та покупця, виходячи з ймовірнісної оцінки станів ринку у майбутньому: зростання курсів, невизначеність, падіння курсів (long, flat, short), що дає можливість, суттєво не зменшуючи доходність, досягти значного зменшення ризику. Як бачимо, цей дослідник продовжує використовувати ймовірнісну модель фінансового ринку за основну.

Згодом він спробував перевірити гіпотезу фрактального ринку через призму руху цін та моделювання поведінки інвесторів, розрахувавши фрактальну розмірність для цінового графіка пари валют USD/CHF daily (щоденна ціна закриття за період з січня 1999 р. по червень 2000 р.). Для розрахунків він використав показник Херста [16: 99], який показує максимальний розмах зміни значень ціни за визначений період. ( $H$ ), що змінюється у межах  $0 \leq H \leq 1$ . Відкриття Херста показало, що значення  $H$  завжди буває більшим за 0,5, а ймовірність розподілу наступних значень не є нормальною. При  $0,5 \leq H \leq 1$  часовий ряд характеризується стійкими трендами, тобто такі ряди мають довгострокову пам'ять. Іншими словами, те, де ми знаходимося тепер, визначається тим, де ми були у минулому.

Показник Херста може бути перетворений у фрактальну розмірність за формулою:

$$D = 2 - H.$$

Ця формула означає, що фрактальна розмірність плоских рядів завжди менше 2 (розмірності площини) та більше 1 (розмірності кривої лінії). За розрахунками Б. Мандельброта, фрактальна розмірність часового ряду випадкових блукань цін становить  $D = 1,5$ . Тому при  $1 \leq H \leq 0,5$  геометрична інтерпретація ряду буде наближатися до кривої лінії, відносно рівної, з невеликими зазубринами. При  $0 \leq H \geq 0,5$  ряд буде мати високе значення фрактальної розмірності, тобто матиме ще більше зазубрин, ніж ряд випадкових блукань.

Розрахунки В. Якимкіна [30: 50] показали, що для даного цінового ряду USD/CHF (долар США/швейцарський франк)  $H = 0,5036$ , а фрактальна розмірність, відповідно, – 1,4964. Зазначене дало можливість автору зробити не зовсім вірні висновки, що ціновий ряд цієї пари валют підпорядкований гаусовському розподілу.

Фрактальність валютного ринку FOREX В. Якимкін розуміє через самоподібність кривих нормального розподілу залежності середньостатичної ціни від волатильності незалежно від часових горизонтів, чим його підхід суттєво відрізняється від поглядів Е. Петерса. Останній вважає, що статистичне визначення ризику як стандартного відхилення прибутку або цінової змінності (волатильності) потребує значної корекції [10: 84]. Адже випадкове блукання цін передбачає той факт, що люди одразу (лінійно) реагують на інформацію, що насправді у більшості випадків не підтверджується практикою.

Як правило, на валютному ринку FOREX та ф'ючерсному сегменті фінансового ринку одну і ту ж інформацію інвестори сприймають, виходячи з довжини власного інвестиційного горизонту. Так, зміна ціни або курсу впродовж торговельного дня стратегічним інвестором, хеджером та позиційним спекулянтном буде сприйнята як незначна флуктуація, тоді як одноденний трейдер буде негайно реагувати, оскільки негативна для нього динаміка може призвести до значних втрат, навіть «вибити» його з ринку.

На фондових ринках реакцію інвесторів спотворює наявність інсайдерської інформації, володіючи якою, вони реагують на новини нелінійно. Крім того, як було показано вище, на всіх сегментах фінансового ринку існує так звана несиметрична інформованість продавців та покупців, що також зумовлює їхню специфічну реакцію.

Е. Петерс доволі переконливо довів, що цінові графіки фінансових активів не є графіками, подібними до випадкових блукань. Як правило, вони є зміщеними рядами, а розмах відхилень від середніх значень перевищує нормальний розподіл Гауса.

В. Якимкін своїми розрахунками для різних цінових рядів на різних часових розверстках, побудувавши нормалізовані гістограми для названої пари валют, цін закриття для фондового індексу S&P 500, державних облигацій США, показав, що криві розподілу мають зміщені вправо вищі піки та товстіші «хвости», ніж крива Гауса.

#### 4. Прикладні аспекти дослідження міжнародних ф'ючерсних ринків

На рис. 5 та 6 показано графічне зображення цінових рядів ф'ючерсного ринку фінансового (ф'ючерсний контракт на індекс Доу-Джонса з поставкою у березні 2003 р.) та товарного активу (ф'ючерсний контракт на кукурудзу з поставкою у березні 2003 р.) на один і той же момент часу (26.12.2002) у кількох часових вимірах (10 хвилинні, щоденні, щотижневі фіксації цін) на Чиказькій торговельній палаті (CBOT) [38]. Форма графіків, їх загальна самоподібність та локальна відмінність підтверджує їх фрактальність, тобто ці графіки можна назвати плоскими фракталами.

Так, на рис. 5 показані фрактальні силуети на 26 грудня 2002 р., які будуть цікавити трейдерів з різними інвестиційними горизонтами. Графіки наочно ілюструють, що одночасно динаміка зміни ціни та тенденції (тренди) або профіль ринку будуть відмінними. Верхній графік, де зображено динаміку зміни ціни ф'ючерсного контракту на промисловий індекс DOW JONES з поставкою в березні 2003 р. за три останніх роки (2000–2002 рр.) з потижневою фіксацією цін відкриття, закриття, максимальних та мінімальних, показує, що серпневе падіння прогнозних значень індексу 2002 р. змінилося на зростання, яке тривало до середини грудня. Цей графік, як правило, використовували фундаментальні аналітики американського фондового ринку, стратегічні інвестори, менеджмент корпорацій з метою прогнозування стану економіки на березень 2003 р.

Середній графік, де показано динаміку зміни цін на цей же контракт за шестимісячний період з щоденною фіксацією ф'ючерсних цін, демонструє зародження підвищувального тренду. Його використовують портфельні інвестори, позиційні спекулянти, інвестиційні керуючі взаємних фондів для хеджування портфельів, що складаються з акцій, які входять до складу індексу.

Нижній графік, де зображено цінову динаміку того ж індексу за два останніх дня з фіксацією цін кожних 10 хвилин, використовують одноденні спекулянти (дейтрейдери та інтрадейтрейдери), які утримують позицію продавців та покупців від кількох хвилин до кількох годин тощо. Як видно з графіка, 23. 12. 2002 р. можна було відкрити позицію продавця кількох контрактів о 9 годині ранку за ціною 8540 пунктів та викупити його (закрити позицію оберненою угодою) за 8460, отримавши 100 пунктів (pips) виграшу, що відповідає \$10000.

Рисунок 5.

Фрактальні силуети ф'ючерсного ринку кукурудзи



Рисунок 6.

Фрактальні силуети ф'ючерсного ринку на індекс Доу-Джонса



Заробивши спекулятивний прибуток, такий трейдер виконав важливу економічну роль, оскільки ставши другою стороною інвестора з глибшим інвестиційним горизонтом, допоміг зберегти ліквідність ринку. Адже, коли на глибшому горизонті інвестори отримують сигнали щодо зростання цін, вони всі будуть купувати, тоді як продавати їм буде нікому. Так ринок може перестати існувати. Отже, виживання ринку, його ліквідність залежать від наявності продавців та покупців з різними періодами володіння активом.

На рис. 6 показано графіки зміни цін на березневий ф'ючерсний контракт з кукурудзою з поставкою у березні 2003 р. Десятихвилинний графік може цікавити одноденних спекулянтів, арбітражерів, які отримують доходи або збитки від своїх довгих чи коротких позицій, що утримуються декілька хвилин, годин, днів. Так, з цього графіка видно, що 23. 12. 2002 р. можна було о 9.30 ранку відкрити позицію покупця, наприклад, 5 контрактів (для цього досить внести початковий маржовий внесок у розмірі \$1200 при ціні 239 центів за один бушель, контракт становить 5000 бушелів – 127 тон) та о 13.30 закрити її оберненою угодою за ціною 243 центи за бушель, отримавши 4 центи виграшу на бушелі, або \$1000 на 5 контрактах. Як бачимо, рівень доходності є доволі високим, оскільки вклавши \$1200 на чотири години біржовик заробив \$1000. Однак за умови відкриття позиції продавця, тобто протилежного сподівання щодо зміни цін, він міг би програти аналогічну суму, не дорахувавшись їй на своєму рахунку, де могло залишитися лише \$200.

Тижнева розверстка динаміки ціни (верхній графік) буде цікавити основних учасників ринку кукурудзи: виробників, трейдерів, переробників, державу. Трирічний графік (2000–2002 рр.) демонструє яскраво виражені тренди зростання та падіння цін, пов'язані з сезонами збирання врожаїв, посівною компанією тощо. Причому впродовж цих трьох років ціна на кукурудзу з поставкою у березні коливалася у діапазоні від 180 центів за бушель до 280, що свідчить про високу історичну волатильність ринку, а отже, і ризиковість. Це, у свою чергу, і зумовило популярність цих ф'ючерсів для хеджування таких суттєвих за обсягами цінових ризиків.

Середній графік використовують зернові трейдери, які страхують запаси кукурудзи від знецінення, що просто необхідно було робити за умови існуючої динаміки падіння цін з серпня 2002 р. до грудня від 300 центів до 240 центів за бушель. Як бачимо, не лише українські аграрії потерпають від сезонних коливань на зерновому ринку, але у їх американських колег є страховий механізм. Так, за декілька місяців до збирання врожаю вони відкривають позиції продавців за високими цінами і закривають їх тоді, коли реалізують свою кукурудзу на реальному ринку за низькими, отримуючи виграш на біржі, який компенсує втрати від реалізації здешевілого зерна.

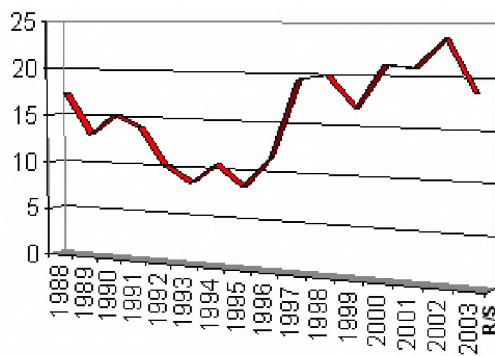
Як бачимо, всі наведені вище цінові графіки ф'ючерсного ринку різних активів на різних часових розвертках є самоподібними та водночас випадково індивідуальними. Ці ринки одночасно існують у кількох вимірах часу, а

це підтверджує той факт, що і ф'ючерсні складові фінансових ринків є фрактальними об'єктами.

Використавши дані про волатильність (цінову змінність) ринку ф'ючерсного контракту на промисловий індекс Доу-Джонса з січня 1988 р. по липень 2003 р. та ф'ючерсного ринку кукурудзи за період з січня 1980 р. по липень 2003 р. на Чиказькій торговельній палаті [38], розрахуємо фрактальні розмірності та показники Херста для місячних рядів. Результати розрахунків зведемо у табл. 1–4 та рис. 7 і 8.

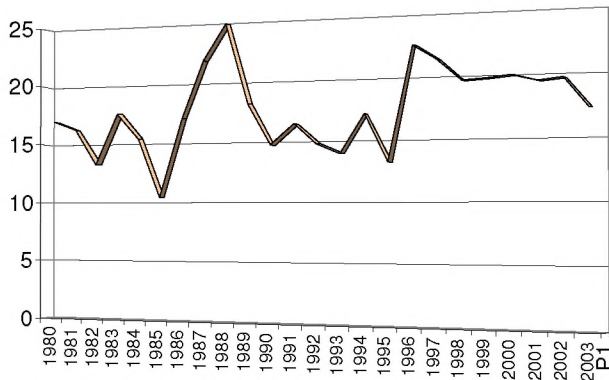
*Рисунок 7.*

**Волатильність ф'ючерсного ринку індексу Доу-Джонса (1988–2003 рр.).**



*Рисунок 8.*

**Волатильність ф'ючерсного ринку кукурудзи (за 1980–2003 рр.).**



Таблиця 1.

Розрахунок фрактальних розмірностей для ринку ф'ючерсних контрактів з індексом Доу-Джонса за період з 1980 р. по 2003 р.

Роки	$R/S$	$H = \lg(R/S) / \lg(365/2)$	$D = 2 - H$
1980	16,9	0,5430093	1,4569907
1981	16,2	0,5348847	1,4651153
1982	13,2	0,4955523	1,5044477
1983	17,5	0,5497097	1,4502903
1984	15,4	0,5251582	1,4748418
1985	10,4	0,4497634	1,5502366
1986	17	0,5441424	1,4558576
1987	21,8	0,5919066	1,4080934
1988	24,8	0,6166694	1,3833306
1989	18,1	0,5561842	1,4438158
1990	14,7	0,5162236	1,4837764
1991	16,4	0,5372413	1,4627587
1992	14,8	0,5175257	1,4824743
1993	13,9	0,5054763	1,4945237
1994	17,1	0,5452688	1,4547312
1995	13,2	0,5532863	1,4467137
1996	22,5	0,6676436	1,3323564
1997	21,3	0,6558909	1,3441091
1998	19,6	0,6380548	1,3619452
1999	19,7	0,639146	1,360854
2000	19,9	0,6413121	1,3586879
2001	19,4	0,6358554	1,3641446
2002	19,6	0,6380548	1,3619452
2003	17,3	0,6112885	1,3887115
<i>Оцінка</i>			
<i>Середнє</i>	17,52916667	0,5363751	1,4636249
<i>За 23 роки (1988–2003)</i>	17,5	0,5497097	1,4502903
<i>Відхилення</i>	0,029166667	-0,0133345	0,0133345
<i>Мах</i>	24,8	0,6166694	1,5502366
<i>Мін</i>	10,4	0,4497634	1,3833306



Таблиця 2.

**Розрахунок фрактальної розмірності та показника Херста для річних рядів волатильності цін ф'ючерсного контракту на промисловий індекс Доу-Джонса за період з січня 1980 р. по липень 2003 р. (місячні волатильності)**

	Січень (1988–2003)	Лютий (1988–2003)	Березень (1988–2003)	Квітень (1988–2003)	Травень (1988–2003)
<i>R/S</i>	17,2	14,7	16,4	16,2	13,9
<i>H</i>	0,417375423	0,394332941	0,410387932	0,408587792	0,386123271
<i>D</i>	1,582624577	1,605667059	1,589612068	1,591412208	1,613876729

	Червень (1988–2003)	Липень (1988–2003)	Серпень (1988–2002)	Вересень (1988–2002)	Жовтень (1988–2002)
<i>R/S</i>	13,1	14,6	16	16,1	19
<i>H</i>	0,377426825	0,393331507	0,420532382	0,421477401	0,446597769
<i>D</i>	1,622573175	1,606668493	1,579467618	1,578522599	1,553402231

	Листопад (1988–2002)	Грудень (1988–2002)
<i>R/S</i>	13,8	15,1
<i>H</i>	0,398096597	0,411751313
<i>D</i>	1,601903403	1,588248687

Таблиця 3.

**Розрахунок фрактальної розмірності *D* річних рядів стандартних відхилень цін на кукурудзу з першою різницею в логарифмічному значенні наступних цін**

Роки	<i>R/S</i>	$H = \lg(R/S) / \lg(365/2)$	$D = 2 - H$
1980	16,9	0,5430093	1,4569907
1981	16,2	0,5348847	1,4651153
1982	13,2	0,4955523	1,5044477
1983	17,5	0,5497097	1,4502903
1984	15,4	0,5251582	1,4748418
1985	10,4	0,4497634	1,5502366
1986	17	0,5441424	1,4558576
1987	21,8	0,5919066	1,4080934
1988	24,8	0,6166694	1,3833306
1989	18,1	0,5561842	1,4438158
1990	14,7	0,5162236	1,4837764
1991	16,4	0,5372413	1,4627587
1992	14,8	0,5175257	1,4824743

Продовження таблиці 3.

Роки	R/S	$H = \lg(R/S) / \lg(365/2)$	$D = 2 - H$
1993	13,9	0,5054763	1,4945237
1994	17,1	0,5452688	1,4547312
1995	13,2	0,5532863	1,4467137
1996	22,5	0,6676436	1,3323564
1997	21,3	0,6558909	1,3441091
1998	19,6	0,6380548	1,3619452
1999	19,7	0,639146	1,360854
2000	19,9	0,6413121	1,3586879
2001	19,4	0,6358554	1,3641446
2002	19,6	0,6380548	1,3619452
2003	17,3	0,6112885	1,3887115
<i>Оцінка</i>			
<i>Середнє</i>	17,52916667	0,5363751	1,4636249
<i>За 23 роки (1988–2003)</i>	17,5	0,5497097	1,4502903
<i>Відхилення</i>	0,029166667	-0,0133345	0,0133345
<i>Max</i>	24,8	0,6166694	1,5502366
<i>Min</i>	10,4	0,4497634	1,3833306

Таблиця 4.

**Розрахунок фрактальної розмірності та показника Херста для річних рядів волатильності цін ф'ючерсного контракту на кукурудзу за період з січня 1980 р. по липень 2003 р.**

	Січень (1988–2003)	Лютий (1988–2003)	Березень (1988–2003)	Квітень (1988–2003)	Травень (1988–2003)
R/S	15,3	12,7	14,4	15,3	18,5
H	0,400202106	0,372877327	0,391307894	0,400202106	0,42806488
D	1,599797894	1,627122673	1,608692106	1,599797894	1,57193512

	Червень (1988–2003)	Липень (1988–2003)	Серпень (1988–2002)	Вересень (1988–2002)	Жовтень (1988–2002)
R/S	21,7	26,3	22	17,9	17,2
H	0,451471148	0,479677042	0,453485499	0,423227862	0,431501618
D	1,548528852	1,520322958	1,546514501	1,576772138	1,568498382

	Листопад (1988–2002)	Грудень (1988–2002)
R/S	15,5	12,7
H	0,402107452	0,372877327
D	1,597892548	1,627122673

Як свідчать дані розрахунків, показник Херста для ф'ючерсного ринку кукурудзи (саме він вимірює вплив інформації на часовий ряд даних) до 1996 р. коливався у межах 0,49–0,61, з 1996 р., відповідно, – від 0,66 до 0,61, що свідчить про наявність річних персистентних рядів, які характеризуються стійкими трендами. Якщо ряд зростає у попередньому періоді, то, ймовірно, він буде зберігати цю тенденцію і ще деякий час у майбутньому, що чітко виявляється на вищенаведених графіках. Нині події матимуть значення і завтра. Це так званий ефект довгострокової ринкової пам'яті.

Однак проведені розрахунки у розрізі місячних графіків за цей же період (наприклад, січень 1980–2003 рр. та інші місяці аналогічно) свідчать, що місячні цінові ряди на ринку кукурудзи мають інші значення показника Херста та фрактальної розмірності, а саме: від 0,37 до 0,47 – показник Херста та, відповідно, від 1,62 до 1,52 – фрактальні розмірності. Це підтверджує висновок Е. Петерса про те, що волатильність має бути антиперсистентною.

За названих значень показників Херста та фрактальної розмірності ми маємо ряди персистентні, ергодичні. Такий тип системи ще називають «поверненням до середнього». Якщо система демонструє зростання у попередньому періоді, то, скоріше за все, у наступному розпочнеться спад тощо. Як бачимо, у річних рядах маємо справу із стійкими трендами. Місячні ряди, навпаки, є надзвичайно волатильними з постійними реверсами. Знання цих фактів допоможе будувати стратегію різним учасникам цих ринків, хеджерам та спекулянтам.

Інші значення показника Херста та фрактальної розмірності має ряд фінансових ф'ючерсів – контракту на промисловий індекс Доу-Джонса – прогнозний індикатор фондового ринку США. Річні ряди до 1996 р. дають значення  $H = 0,54–0,41$ , з 1996 р. –  $0,57–0,62$ , тобто від близького до випадкового руху (який і описували існуючі на той момент теорії). Нині цей ринок стає персистентним, з ефектом довгострокової пам'яті, і колишні теорії для пояснення його тенденцій не спрацьовують. Помісячні ряди за цей же період є антиперсистентними, оскільки показники Херста та фрактальної розмірності, відповідно, коливаються від 0,37 (1,630) до 0,44 (1,56).

Наші розрахунки показують, як розрахунок фрактальних розмірностей дають змогу визначати економічну природу ринку та допомагає з високою часткою ймовірності визначати його майбутні тенденції. Тобто сама фрактальна розмірність дає змогу знати характер ринку на різних часових горизонтах, що, у свою чергу, дає ґрунтовне наукове пояснення ефективності застосування існуючих методик торгівлі (хвильової теорії Елліота, трейдингу по Фібонначі, фракталів Вільямса тощо).

## 5. Використання гіпотези фрактальності ф'ючерсного ринку в Україні

Підводячи підсумок попереднього дослідження, можна стверджувати, що гіпотеза фрактальності ф'ючерсного ринку як третинного сегменту фінансового ринку має повне право на існування, оскільки:

- ф'ючерсні ринки є хаотичними і складними;
- ф'ючерсні ринки характеризуються трендами та довгостроковими кореляціями (ефект зворотного зв'язку);
- критичні рівні цінових змін з'являються внаслідок дії певних факторів у певний час;
- часові ряди цін, доходів та їх відношень при зменшенні часових періодів виглядатимуть подібними або матимуть фрактальну структуру;
- достовірність прогнозів падає із збільшенням майбутніх періодів, тобто на фінансових ринках існує чутливість до початкових умов;
- ф'ючерсні ринки практично не бувають у рівноважному стані.

На нашу думку, саме гіпотеза фрактальності ф'ючерсного ринку є набагато достовірнішою від гіпотези ефективного ринку, і саме її можна й потрібно використовувати представникам усіх сегментів фінансового ринку. Ця гіпотеза має використовуватися при зміні концепцій становлення фінансового та товарного ринків основних активів в Україні, оскільки вона наочно демонструє необхідність існування спекулянтів і хеджерів з різними інвестиційними горизонтами (фракталами часу), без яких ці ринки не стануть ліквідними.

Ця гіпотеза потребує активного використання практикуючими трейдерами, які мають навчитися розраховувати фрактальні розмірності, що краще за стандартні відхилення та математичні сподівання допоможуть визначити ризиковість ринку та здійснювати прогнози щодо його майбутнього стану.

Для цього самим трейдерам та тим, хто бажає працювати на ф'ючерсних ринках успішно, потрібно ґрунтовно вивчати інноваційні напрацювання з фрактальної геометрії, теорії хаосу, нейронно-автоматного моделювання тощо й одразу ж перевіряти їх на практиці з метою створення відповідної емпіричної бази для наступного аналізу та теоретичних узагальнень.

На думку автора, нелінійні та хаотичні процеси становлення вітчизняних фінансових ринків вимагають використання нових інструментів, відмінних від традиційних методів аналізу, які застосовують на міжнародних рин-

ках. Настав час говорити не про національну специфіку, а про те, що для аналітики вітчизняних економічних процесів потрібно використовувати **нелінійну парадигму**, яка і на Заході є найінноваційнішим напрямом досліджень.

Для цього вже нині потрібно подумати, які зміни внести у програми підготовки фінансових менеджерів. У першу чергу, це стосується математичної підготовки фінансистів. Вона має включати вивчення фрактальної геометрії, теорії хаосу поряд із теорією ймовірностей та економетрією, остання з яких обмежується побудовою лінійних моделей, що однобічно описують процеси реальної економіки.

Аналогічні ідеї розвиваються й у природничих науках. Так, біолог Р. Мей наполегливо рекомендує, щоб люди знайомилися з нелінійними процесами на ранньому етапі свого навчання математиці. Прикладом може бути зростання популяції за рівнянням Ферхюльста ( $x_{t+1} = 4\alpha \cdot x_t \cdot (1 - x_t)$ ). Це просте рівняння можна перевіряти на калькуляторі. Така перевірка безлічі рішень простого рівняння могла б суттєво збагатити інтуїтивні уявлення про нелінійні системи.

На наш погляд, і у фінансовій теорії ми маємо вивчати не лише загальновідомі лінійні моделі (які, до речі, також вивчаємо поверхнево), а й усе нове, що лише починає заявляти про себе. Нині такою є динамічна фрактальна модель фінансового ринку, за допомогою якої можна швидше виявити причини повільного та хаотичного становлення ринків.

## Література

1. Аналитика фондового рынка Украины // Бизнес. – № 29 (444) от 16 июля 2001 года. – С. 20.
2. Бестенс Д. Э., Ван дер Берг В. М, Вуд Д. Нейронные сети и финансовые рынки: принятие решений в торговых операциях. – М.: ТВП, 1997. – 236 .
3. Бункич М. К. Валютный рынок. – М.: «Ао 2 ДИС», 1995. – 112 с.
4. Вильямс Б. Новые измерения в биржевой торговле. – М.: ИК Аналитика, 2000. – 382 с.
5. Вильямс Б. Торговый хаос. – М.: ИК Аналитика, 2000. – 348 с.
6. Гитман Л. Дж., Джонк М. Д. Основы инвестирования / Пер. с англ. – М.: Дело, 1999. – 1008 с.
7. Долан Э. Дж., Линдсей Д. Рынок: микроэкономическая модель / Пер. с англ. – СПб., 1992. – 402 с.

8. Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий П. П. Синергетика и прогнозы будущего. – [www.keldysh.ru/departments](http://www.keldysh.ru/departments)
9. Кидуэлл Д. С., Петерсон Р. Л., Блэкуэлл Д. У. Финансовые институты, рынки и деньги. – СПб.: Издательство «Питер», 2000. – 752 с.
10. Крушвиц Л. Финансирование и инвестиции. Неоклассические основы теории финансов / Пер с нем. – СПб.: Издательство «Питер», 2000. – 400 с.
11. Найман Э. Л. Малая Энциклопедия трейдера. – К.: Альфа-Капитал: Логос, 1997. – 236 с.
12. Найман Э. Л. Мастер-трейдинг: секретные материалы. – М.: Альпина Паблишер, 2002. – 320 с.
13. Найман Э. Л. Трейдер-Инвестор. – К.: ВИРА-Р, 2000. – 640 с.
14. Нили Г. Мастерство анализа волн Эллиота. – М.: Ик Аналитика, 2002. – 348 с.
15. Пайтаген Х., Рихтер П. Х. Красоты фракталов. – М., 1993. – С. 17–37, 39–42, 131–160.
16. Петерс Е. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: Пер. с англ. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
17. Пректер Р., Фрост А. Дж. Волновой принцип Эллиота. Ключ к поведению рынка. – М.: Альпина Паблишер, 2001. – 268 с.
18. Пригожин И. От существующего к возникающему. Время и сложность в физических науках. – М., 1985. – С. 16–25.
19. Пригожин И., Стенгерс И. Время, хаос, квант. К решению парадокса времени. – М.: Прогресс, 1994. – С. 6–21.
20. Сергеева Л. Н. Нелінійні моделі складних економічних систем – Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора. – К.: ДНУ. – 32 с.
21. Сорос Дж. Кризис мирового капитализма. Открытое общество в опасности: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1999. – С. 237.
22. Сохацька О. М. Концептуальні засади ціноутворення на ф'ючерсних ринках // Банківська справа. – 2000. – № 5. – С. 29–32, 63.
23. Сохацька О. М. Теоретичні основи функціонування ф'ючерсних ринків // Економіка України. – 2001. – № 12. – С. 55–61.
24. Тріллінберг В. Нобелівські премії в галузі економіки // Журнал європейської економіки. – 2002. – № 2. – С. 243–249.

25. Тьюлз Р., Бредли Э., Тьюлз Т. Фондовый рынок. 6-е изд. / Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 648 с.
26. Федер Е. Фракталы. Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
27. Фишер Р. Трейдинг по Фибоначчи: практические приемы и методы. – М: ЕВРО, 2002. – 192 с.
28. Шарп У. Ф., Александр Г. Дж., Бейли Дж. В. Инвестиции: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 1024 с.
29. Элдер А. Как играть и выигрывать на бирже. – М.: Диаграмма, 2001. – 352 с.
30. Якимкин В. Н Финансовый дилинг: Книга 1. – М.: ИКФ Омега. – Л., 2001. – 496 с.
31. Якимкин В. Н. Рынок Форекс – ваш путь к успеху. – М.: Светочь, 1999. – 256 с.
32. Fama E. Efficient Capital Market: A Review of Teory and Empirical Evidence // Journal of Finance. – 1970.
33. Hicks J. R. Value and Capital. – London, 1939.
34. Keynes J. M. A Treatise on Money, vol 2, London, 1930.
35. Mandelbrot B. The Variation of Certain Speculative Prices in P Coother, ed., The Randon Character of Stock Prices. – Cambridje: MIT Press, 1964.
36. Markowitz H. M. Portfolio Selection Journal of Finance. – 1952. – № 1. – P. 77–91.
37. Peters E. E. Fractal Structure in The Capital Market // Financial Analysts Journal. July-august, 1989.
38. [www.cbt.com](http://www.cbt.com)
39. [www.ioa.rpd.univ.kiev.ua](http://www.ioa.rpd.univ.kiev.ua), [www.fractal.cdu.edu.ua](http://www.fractal.cdu.edu.ua), [www.keldysh.ru](http://www.keldysh.ru).

Стаття надійшла до редакції 28 квітня 2004 р.