



Ринок фінансово-банківських послуг

Уве ХАСЛЕР

**ЗУМОВЛЕНА ЧАСОМ ВОЛАТИЛЬНІСТЬ
І НЕСТАЦІОНАРНІ ЧАСОВІ РЯДИ**

(приурочено до присудження
Нобелівської премії

Роберту Інглу та Клайву Гренжеру)

У 2003 р. лауреатами Нобелівської премії в галузі економіки стали представники економетрії часових рядів Роберт Інгл та Клайв Гренжер. Як же змінився статистичний аналіз часових рядів завдяки їх праці? Як аналізується волатильність на фінансових ринках нині?

У 2003 р. Нобелівська премія за внесок в економіку в певному розумінні вирушила до Сан-Дієго, де чверть століття в університеті Каліфорнії працювали професорами Клайв Гренжер і Роберт Інгл. Клайв Гренжер (1934), британець за походженням, котрий вивчав математику у Ноттінгемі і здобув ступінь доктора зі статистики, з 1974 р. працював на кафедрі економіки в Сан-Дієго. Роберт Інгл (1942) закінчив Корнуельський університет за спеціальністю «фізика», здобув там ступінь доктора економічних наук і приєднався до Гренжера у 1975 р. Нині Гренжер – почесний відставний професор університету Каліфорнії, а Інгл очолює кафедру у школі бізнесу в університеті Нью-Йорка.

Обидва лауреати у 80-х роках минулого сторіччя революціонізували методи аналізу, моделювання та прогнозування часових рядів і спричинили зміну парадигми в цій галузі економетрії. Інгл був відзначений Нобелівським

© Уве Хаслер, 2003.

Хаслер Уве, доктор, професор. Університет ім. Й.-В. Гете, Франкфурт-на-Майні, Німеччина.

Переклад Нижник Юлії.

комітетом за впровадження й удосконалення моделей з авторегресійною умовною гетероскедастичністю (ARCH), а Гренжер отримав визнання за розробку структури моделі, яка дозволяє моделювати взаємозв'язки між нестационарними змінними (коінтеграція).

На наступних сторінках здійснено спробу встановити значення цих концепцій для науки та економіки. При цьому основну увагу буде сфокусовано на розробках вищезгаданих новаторів. Проте в статті ми не намагаємося зробити збалансований огляд цих двох частково взаємопов'язаних сфер дослідження, тому не менш важливим досягненням послідовників Інгла і Гренжера тут не буде приділено значної уваги. Розпочнемо з досліджень Гренжера щодо обумовленої часом волатильності, які можна використати при зображенні волатильності, модельовано нестационарно (інтегровано).

Економетричне моделювання нестационарних часових рядів

Переважає більшість економічних даних, які одержують протягом певного періоду, є, як відомо, нестационарними, а точніше – мають певні тенденції. Одна з ранніх праць, яка вказує на це, належить самому Гренжеру. Традиційно найкраще моделювали нестационарність на основі детерміністичних тенденцій як середні величини часових рядів, що зростають більш-менш стабільно.

У 80-х роках мало успіх твердження про те, що економічні часові ряди відповідають так званій стохастичній тенденції, тобто їх варіативність зростає у часі. Такі часові ряди називають інтегрованими. Коінтеграція існує тоді, коли декілька інтегрованих часових рядів відповідають одній тенденції, або більш узагальнено, коли вони мають багато спільних тенденцій. Статистичні висновки, а отже і основа статистичної оцінки і тестування, у випадку інтегрованих рядів радикально відрізняються від тих, які використовуються для стаціонарних.

Хоча нестационарність економічних часових рядів є швидше правилом, ніж винятком, до праць Гренжера та Інгла не існувало можливості статистично надійного економетричного моделювання. Однак починаючи з 1990 р. кожен підручник з економетрії обов'язково розглядає коінтеграцію.

Інтегровані часові ряди

Часовий ряд називається інтегрованим, коли його різниці, тобто часові прирости, є стаціонарними, чи точніше, необхідним є формування різниць, щоб досягнути стаціонарності. При цьому стаціонарність означає тенденцію часового ряду постійно повертатися до певної стабільної величини.

При цьому рівень інтегрованого ряду в поточному періоді визначають шляхом кумуляції (нагромадження) стаціонарних різниць попередніх періодів. Отже, інтегрований ряд має тенденцію не просто коливатися навколо певного рівня, а й принципово перевищувати кожне значення (виходити за межі кожного значення). Його дисперсія зростає в часі, що зумовлює складність прогнозування. В принципі, найкращий прогноз майбутньої величини – це поточне спостереження, оскільки не можна отримати іншим шляхом кращого уявлення про майбутні зміни.

Багато макроекономічних і фінансових часових рядів, таких як витрати на споживання, обмінний курс, відсотки чи курс акцій, можуть досить добре описуватися такою поведінкою в першому наближенні, за необхідності шляхом логарифмування. Але це не означає, що економіка країни повністю охоплена стихійним розвитком подій. Звичайно, існують механізми, які пов'язують деякі економічні змінні одну з одною таким чином, що вони певною мірою вказують на паралельний розвиток, тобто відповідають спільній тенденції.

Це і є та ідея, яку Гренжер узагальнив під поняттям «коінтеграція». Інтегровані часові ряди, для котрих існує лінійна залежність, що є стаціонарною величиною, називаються коінтегрованими. Якщо існує довгостроковий рівноважний зв'язок між нестационарними змінними, то відхилення від цього зв'язку є стаціонарними, вони коливаються навколо нуля.

Якщо, наприклад, витрати на споживання домогосподарств і національний дохід розглядати інтегровано, то отримаємо комбінацію обох часових рядів, а саме заощадження як різницю між доходами і видатками, що є стаціонарною величиною. Але заощадження попереднього періоду мають вплив на споживання у поточному періоді, та можливо й на національний дохід. У цьому розумінні нестационарні змінні не пояснюються значними розходженнями однієї від іншої, а коректуються на основі відхилення від рівноваги попереднього періоду до рівноважного стану, якщо присутній довготерміновий, стабільний економічний зв'язок (коінтеграція). Такі механізми пристосування відомі в літературі як моделі корегування помилок.

Корегування помилок і каузальність

За допомогою репрезентаційної теореми Гренжера в літературі описано наступний факт: існування коінтеграції двох чи більше змінних є рівнозначним тому, що ряди створюються за допомогою моделі корегування помилок. Корегування – це зворотний бік коінтеграції. Звичайно, вже у 1978 р., до того, як було розроблено концепцію коінтеграції, було опубліковано дуже впливове емпіричне дослідження, в якому було встановлено зв'язок між різницями інтегрованих видатків на споживання і постійними заощадженнями попереднього періоду в рамках моделі корегування помилок. Причиною то-

го, що концепцію коінтеграції дедалі менше можна було реалізувати у сфері емпіричних економічних досліджень, було те, що тут поєднували чисто технічні, статистично-аналітичні підходи щодо часових рядів з ідеями про економічну рівновагу.

Коінтеграція багатьох часових рядів включає, попри корегування помилок у часі, й те, що передбачуваність одних змінних покращується за рахунок знання інших у минулому. Цю широко розповсюджену в прикладній економіці концепцію покращення прогнозів називають каузальністю Гренжера. Вважається, що з двох коінтегрованих рядів принаймні один є каузальним для іншого. Беручи до уваги ту обставину, що окремий інтегрований часовий ряд дуже складно або неточно піддається прогнозуванню, будь-яке покращення передбачуваності, звичайно, має велике практичне значення. Саме прогнозуванням у коінтегрованих системах займалися економісти Інгл та Ю (Yoo).

Отже, концепція коінтеграції не з'явилася в економічній науці як грім серед ясного неба, а мала підготовлене підґрунтя. Але термін «коінтеграція» разом з математичним формулюванням був введений Гренжером лише у 1981-му, а популяризований у 1986-му. Праця Інгла і Гренжера, опублікована у 1987 р., забезпечила коінтеграції триумф. Нині з різних точок зору узагальнену і вдосконалену методологію коінтеграції надійно закріплено в освітніх закладах та прикладних економічних дослідженнях.

Регресії інтегрованих часових рядів

Статистичне значення коінтеграції стає очевидним у зв'язку із проблемою фіктивної регресії. Це твердження Гренжер і Ньюболд відобразили у роботі 1974 р. для ситуації, коли між інтегрованими, але незалежними, часовими рядами в результаті нестационарності штучно з'являються статистично значущі фіктивні зв'язки. У симуляційному дослідженні Гренжер і Ньюболд кількісно визначили дуже високу ймовірність помилкового виявлення зв'язку між незалежними інтегрованими часовими рядами. Можливість такої регресії приголомшила всю емпіричну економічну науку. В одному з інтерв'ю Гренжер вказував на те, що під час презентації цих результатів дослідження в Лондонській школі економіки він наштотхнувся на повне нерозуміння, а також підозру економістів, що в процесі дослідження мала місце помилка програмування.

Після появи публікації Гренжера і Ньюболда сумлінні економісти перейшли до оцінювання своїх моделей за допомогою стаціонарних різниць (приростів), щоб уникнути небезпеки фіктивної регресії. Це часто призводило до незначущих і економічно неприйнятних оцінок параметрів, оскільки між рівнями змінних величин існує саме рівноважний зв'язок економічних рядів. Економетрія часових рядів опинилася перед дилемою: чи ризикувати,

отримуючи фіктивну регресію між нестационарними змінними, чи отримати статистично незначущі результати на основі різниць. Виходом із цього становища стала коінтеграція. Оскільки саме тоді, коли існує коінтеграція, при оцінці взаємозв'язку рівнів інтегрованих змінних не виникає небезпека фіктивної регресії.

Отже, при існуванні коінтеграції не може бути фіктивної регресії, але це не означає, що це саме стосується економетрії стаціонарних часових рядів. Якщо існує лише один, і при цьому тісний, коінтеграційний зв'язок між інтегрованими змінними, то регресія найменших квадратів окремого рівняння у системі одночасових рівнянь вказує на особливо добрі властивості. Відколи робота Інгла і Гренжера (1987 р.) стала відомою, оцінка параметрів забезпечує наближення величин до їх справжнього рівня краще, ніж у випадку стаціонарних змінних. Цей результат є вагомим передусім тому, що він є дійсним й тоді, коли залишки та інтегровані параметри рівняння регресії корелюють. Статична коінтеграційна регресія здобула тріумфальну перемогу над прийнятою до цього методикою Хаавелмо щодо оцінювання залежностей як системи одночасових рівнянь з урахуванням ендогенності зміщення оціночних параметрів. Незважаючи на можливе існування однакових у часі залежностей, на основі регресії декількох рівнянь із системи одночасових рівнянь через їх синхронні зв'язки можна провести консистентне оцінювання. Це різко контрастуватиме з результатами стаціонарної стандартної економетрії.

Звичайно, ці переваги мають свою ціну, оскільки без подальших модифікацій оціночні параметри не є асимптотично нормально розподілені. Це означає, що прийняту в практиці **t-статистику** не можна залучати до тестування значущості зв'язку. Однак Інглу і Гренжеру вдалося викласти у своїй статті просту стратегію дослідження. Стисло її можна узагальнити наступним чином: розглядають регресію рівнів у інтегрованих часових рядах, тестують з отриманих залишків нульову гіпотезу (H_0) і з'ясовують, чи існує фіктивна регресія. Якщо нульова гіпотеза (H_0) відкидається, то на основі залишків складається модель корегування помилок, в якій відображається економічний механізм пристосування. Але у рівнянні корегування помилок з'являються лише стаціонарні змінні, так що є дійсними стандартні висновки з традиційних підручників.

Розширення

Само собою зрозуміло, що методологія коінтеграції зазнала численних розширень. Найважливішими з них є багатомірні узагальнення. При наявності двох чи більше часових рядів може втрачатись однозначність коінтеграційних зв'язків, оскільки є можливим існування двох або більше лінійно незалежних зв'язків. Це підриває підхід щодо розгляду окремого рівняння у системі одночасових рівнянь і вимагає складного багатомірного моделю-

вання. Сьогодні вже стало стандартом здійснювати таке моделювання в рамках векторної авторегресійної (VAR) моделі.

Гренжер брав участь у ряді інших розширень, три з яких тут варто згадати. У 1980 р. Гренжер і Джойекс досліджували можливість того, що економічні часові ряди знаходяться між класичною стаціонарністю та інтегрованістю. У такому випадку говорять про часткове інтегрування. У цьому випадку часові ряди можуть бути стаціонарними, але виявляють дуже велику стійкість, і їх автокорреляція сягає дуже далеко у минуле (моделі з довгою пам'яттю), тому вони демонструють квазілокальні тенденції. Отже, у згаданій вище праці 1981 р. Гренжер вже брав до уваги часткове коінтегрування.

У випадку сезонних часових рядів, скажімо, при розгляді квартальних даних, може бути, що формування різниці відносно попереднього кварталу ще не забезпечує стаціонарності, але необхідно вивести річні різниці до відповідного кварталу попереднього року, щоб її досягнути. У цьому випадку говорять про сезонно інтегровані часові ряди, які також можуть бути коінтегрованими.

Концепція мультикоінтеграції є, знову ж таки, скоріше економічно обґрунтованою. Якщо повернутися до вищенаведеного прикладу споживання та доходів і знову припустити, що ряди є інтегрованими, а заощадження як їх різниця є стаціонарною величиною, то поточні активи як кумульовані заощадження минулого періоду також є інтегрованими. А звідси впливає статистична можливість другого, звичайно, непереконливого коінтеграційного зв'язку між вищенаведеними трьома змінними: споживанням, доходом і достатком.

Немає сенсу перелічувати сфери, в яких успішно застосовують емпіричний коінтеграційний аналіз. Універсальний феномен нестационарності економічних часових рядів надає особливої вагомості методології коінтеграції.

Моделювання часових умовних дисперсій

Хоча емпіричне дослідження у праці Інгла (1982 р.) стосувалося макроекономічного часового ряду (інфляції), його ARCH-моделі широко використовують у випадку високочастотних часових рядів у фінансовій сфері. У випадку наявності часових рядів для фінансового ринку спостерігаємо те, що волатильність (чи дисперсія) сильно коливається у часі: напружені фази на ринку з надто високими значеннями величин змінюють фази спокою, для яких характерні помірні значення величин. Отже, мають місце кластери волатильності. Це особливо складно узгодити з припущенням про нормально розподілені дані.

Незважаючи на те, що такі кластери волатильності спостерігалися вже в часових рядах доходів від цінних паперів у 60-х роках, аналіз і економетрія часових рядів істотно прив'язані до моделі сталої у часі дисперсії. Інгл порушив цю традицію, і як результат – він може вважатися співзасновником сфери досліджень, яку нині називають фінансовою економетрією. Дуже небагатьом економістам судилося пережити те, щоб їх відкриття за кілька років не лише збагатило науку, але й остаточно увійшло в економічну практику.

ARCH

Англійська аббревіатура ARCH розшифровується як авторегресійна умовна гетероскедастичність (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity). Гомоскедастичністю називають в економетрії одну з класичних гіпотез щодо регресійної моделі, а саме те, що дисперсія залишків є однаковою в кожен період часу (або для кожного суб'єкта при поперечному аналізі).

Про гетероскедастичність говорять у тому випадку, коли припущення про гомоскедастичність не виконується. Проте Інгл не запропонував модель для безумовної дисперсії. Натомість ним було розроблено модель умовної дисперсії. Умовна дисперсія залежить від власного минулого часового ряду, звідси й термін «авторегресійний». Окрім цього, умовна дисперсія чи волатильність часового ряду є випадковою величиною. У моделі Інгла дисперсія поточного періоду з урахуванням рівнів часових рядів попереднього періоду є функцією піднесених до квадрату статистичних спостережень минулого періоду.

Стає очевидним, що це дозволяє створити кластер волатильності. Якщо в недалекому минулому на ринку відбувалися помірні зміни, тобто спостерігався менший розмір відхилень, то поточна умовна дисперсія буде малою, що спричиняє невеликі значення величин. І навпаки, значні позитивні чи негативні показники попереднього періоду призводять до того, що умовна дисперсія поточного періоду стає великою, що тягне за собою надто високі значення величин у цьому поточному періоді.

Коли йдеться про ARCH, то, як правило, мають на увазі модель GARCH (Generalized ARCH model) – узагальнену модель, запроваджену Тімом Боллерслевим, докторантом Інгла. У цих моделях умовна дисперсія залежить від динаміки процесу в минулому і додатково від власної ретроспективної волатильності. Це робить, як правило, можливим значно простішу параметризацію, ніж чиста ARCH-модель. Черговий раз підкреслює значення (G)ARCH-моделей той факт, що у ювілейному номері журналу «Journal of Econometrics» статтю Боллерслева визнали другою найуспішнішою роботою журналу до 2001 р. (успіх визначали за частотою цитування). Найуспішнішою була згадана вище праця Інгла і Ю (Yoo) про прогнозування коінтегрованих систем.

На перший погляд може видатися зайвим, увесь час згадувати про умовну дисперсію/волатильність. Але все інше було б неправильним, оскільки за умови певного стану параметрів вважається, що безумовна дисперсія ARCH-моделі фактично є стаціонарною і незалежною від часу. Розбіжності між умовною та безумовною дисперсіями також не є академічними вгадками. Практика значно більше цікавить умовна волатильність, оскільки своє уявлення, наприклад, про ризик цінного паперу у майбутньому, він формує при врахуванні зміни курсу у минулому.

Вимірювання ризику і його прогнозування

Оцінка ARCH-моделі демонструє формалізацію теорії, яку фінансові аналітики вже давно намагалися зробити, а саме – визначити ризик внеску на основі волатильності при заданій в недалекому минулому доходності. Перед появою праці Інгла для цього застосовувався часовий інтервал стабільної ширини, який охоплював минуле часового ряду. Доцільною шириною інтервалу були 22 дні при щоденному спостереженні, оскільки це приблизно відповідає кількості робочих днів протягом місяця. Отже, для 22 днів, що йдуть один за одним, на основі рівнів ряду часового інтервалу оцінюють дисперсію доходів за допомогою піднесеного до квадрату стандартного відхилення. Така оцінка дисперсії ґрунтується на 22-ох піднесених до квадрата показниках минулого періоду, які зважуються ідентичними значеннями.

Інгл адаптував цей інструмент для вимірювання умовної волатильності. У ARCH-моделі ваги, які надаються піднесеним до квадрату величинам минулого, не є сталими, а оцінюються з точки зору самих даних. У моделі, незважаючи на економнішу параметризацію, навіть враховують сукупне минуле, а саме ваги, які наближаються до нуля у геометричній прогресії: чим давнішим є спостереження, тим меншим є його вплив на волатильність у поточному періоді.

Необхідність мати у розпорядженні надійний інструмент для вимірювання ризику нині значно більша, ніж 20 років тому. По-перше, зріс обсяг торгівлі опціонами і подібними фінансовими деривативами. Ціна або вартість опціону залежить від волатильності цінного паперу, який є основою цього опціону. По-друге, угоди Базельського комітету з банківського нагляду вимагають, що банки та інші фінансові посередники повинні тримати напоготові многократність своєї ціни ризику на власний капітал, причому мова йде про мінімальні збитки, які очікуватимуться у певний період часу із заданою наперед імовірністю. Такий рівень ціни ризику орієнтований виключно на майбутнє і вимагає прогнозів волатильності, які нині часто ґрунтуються

на GARCH-моделях. Доволі актуальний огляд стану досліджень у сфері прогнозування волатильності здійснюють Пун і Гренжер.

Серіальна залежність через волатильність

Як приклад, знову візьмемо доходи з акції. Відповідно до гіпотези про ефективність ринку, найкращим прогнозом щодо завтрашнього доходу є нинішнє його значення, коли майбутнє значення некорельоване з поточним. Згідно з вищенаведеною гіпотезою, зміни ціни є непередбачуваними. Проте величина у майбутньому не може бути ще довгий час стохастично незалежною від поточної. Коли доходи виводять за допомогою ARCH- або GARCH-процесу, то майбутні доходи, піднесені до квадрату, корелюють з доходами поточного періоду, піднесеними до квадрату. Хоча у рівнях доходності не існує кореляції, доходи перебувають у взаємній залежності через квадрати. Це відбувається тому, що майбутня умовна волатильність залежить від квадрату нинішніх доходів і, зі свого боку, зумовлює коливання доходності у майбутньому.

Ця кореляція квадратів чи умовна волатильність означає наступне: якщо найважливішим для прогнозування майбутнього є поточне значення показника, то інтервал прогнозу варіює, отже існує прогнозований інтервал, в якому майбутній показник має задану ймовірність. Моделювання ARCH-ефектів приводить до покращення прогнозів і на ефективних фінансових ринках, навіть якщо воно виникає лише на широті прогнозованих інтервалів.

З огляду на серіальну залежність через волатильність часового ряду ARCH-моделі, не дивно, що ARCH-модель репараметризується як авторегресійна (AR) модель піднесених до квадрату даних. Вона представлена авторегресійною моделлю ковзної середньої (ARMA) в квадратах. Та обставина, що нові ARCH-моделі можна досить точно описати як AR(MA)-моделі в квадратах, суттєво посприяла їх широкому розповсюдженню і теоретичній прийнятності. Крім цього, це демонструє спосіб, у який можна узагальнити GARCH-моделі, а саме так, як були узагальнені звичайні ARMA-моделі.

Після розгляду інтегрованих часових рядів не буде видаватися дивним, що існують також GARCH-моделі, які зображають волатильність як нестационарний процес (у такому випадку говорять про GARCH-моделі). Ідея часткового інтегрування (довга пам'ять) також переносилась у літературу про GARCH-моделі, щоб змодельювати волатильності, які, можливо, є стаціонарними, але проявляють дуже велику стійкість.

GARCH-ефекти спостерігаються не лише у випадку окремих фінансових рядів, а також у залишках регресійної моделі. Якщо ці залишки не є гомоскедастичними, то звичайний висновок про зміщення в оціночних параметрах є недійсним. Отже, нині є звичним під час аналізу неправильних специфікацій регресійної моделі перевіряти залишки також і на ARCH. Відповідний тест мультиплікатора Лагранжа, який ґрунтується на простій допоміжній регресії підне-

сених до квадрату залишків, був запропонований уже у праці Інгла. Якщо діагностується ARCH, то нині будь-яке програмне забезпечення дає змогу здійснити оцінку максимальної вірогідності (G)ARCH-параметрів.

Застосування і розширення

Три сфери застосування моделей GARCH вже були згадані: покращені інтервали прогнозування на ефективних ринках; коректно специфіковані залишки регресії і статистично значимий висновок в регресійній моделі; вимірювання і передбачення ризику, наприклад, для визначення ціни опціону. Але не лише ціна опціону залежить від волатильності цінного паперу, що міститься в основі цього опціону. Сама вартість цінного паперу може розглядатися як функція її дисперсії, оскільки у випадку більш ризикованих цінних паперів очікують у середньому вищий рівень їх доходності. У цьому полягає мотивація до формулювання так званої моделі ARCH-середнє значення (ARCH-M).

Звичайно, для ціни має значення не лише власна волатильність, але й коваріація з ринковим портфелем. Бажання відобразити такі взаємозв'язки призвело до появи доволі складних моделей, а саме до багатомірного моделювання GARCH-ефектів.

Не буде перебільшенням говорити про справжню навалу у літературу нових узагальнень і варіантів GARCH-моделей. Більшість з них позначають більш чи менш цікавими аббревіатурами, до яких Інгл, підсумовуючи свої дослідження за 20 років, додав ще одну, а саме YAARCH-model (Yet another ARCH – з англ. «ще інші ARCH-моделі»).

Стаття надійшла до редакції 23 січня 2004 р.